ESERCIZIO 4.1

Si consideri una popolazione consistente delle quattro misurazioni 0, 3, 12 e 20 descritta dalla seguente distribuzione di probabilità:

X	P(X)
0	¼
3	¼
12	¼
20	¼

Si estrae casualmente usando uno schema di campionamento senza ripetizione un campione di n=3 misurazioni.

1) Determinare il valore atteso della v.c. X
2) Elencare tutti i possibili campioni di ampiezza n=3
3) Determinare la distribuzione campionaria della media campionaria $\bar{x}$
4) Determinare la distribuzione campionaria della mediana Med
5) Determinare la distribuzione di probabilità delle variabili casuali prima osservazione campionaria, seconda osservazione campionaria e terza osservazione campionaria
6) Calcolare i valori attesi degli stimatori $\bar{x}$ e Med e confrontarli con quanto ottenuto per la popolazione
7) Calcolare le deviazioni standard degli stimatori $\bar{x}$ e Med e confrontarli

SVOLGIMENTO

1)

$$E(X)=\sum_i x_i p_i = 0\times\frac{1}{4}+3\times\frac{1}{4}+12\times\frac{1}{4}+20\times\frac{1}{4}=8.75$$

2)

I possibili campioni di ampiezza n=3 ottenibili usando uno schema di campionamento senza ripetizione sono elencati nella seguente tabella. Per ognuno dei campioni è indicato il valore della media e della mediana.

	X1	X2	X3	Media	Mediana
1	0	3	12	5	3
2	0	3	20	7.67	3
3	0	12	3	5	3
4	0	12	20	10.67	12
5	0	20	3	7.67	3
6	0	20	12	10.67	12
7	3	0	12	5	3
8	3	0	20	7.67	3
9	3	12	0	5	3
10	3	12	20	11.67	12
11	3	20	0	7.67	3
12	3	20	12	11.67	12

	X1	X2	X3	Media	Mediana
13	12	0	3	5	3
14	12	0	20	10.67	12
15	12	3	0	5	3
16	12	3	20	11.67	12
17	12	20	0	10.67	12
18	12	20	3	11.67	12
19	20	0	3	7.67	3
20	20	0	12	10.67	12
21	20	3	0	7.67	3
22	20	3	12	11.67	12
23	20	12	0	10.67	12
24	20	12	3	11.67	12

3)

Considerando la distribuzione di frequenze calcolata a partire dalla colonna delle medie campionarie si ottiene la distribuzione di probabilità della v.c. media campionaria:

Media	Freq Assoluta	Freq Relativa
5	6	1/4
7.67	6	1/4
10.67	6	1/4
11.67	6	1/4
	24	

4)
Procedendo in maniera analoga per la colonna della mediana campionaria si ottiene:

Mediana	Freq Assoluta	Freq Relativa
3	12	1/2
12	12	1/2
	24	

5)
Gli stessi passaggi possono essere effettuati per determinare le distribuzioni di probabilità delle v.c. i-esima osservazione campionaria, di seguito riportate:

X1	P(X1)
0	1/4
3	1/4
12	1/4
20	1/4

X2	P(X2)
0	1/4
3	1/4
12	1/4
20	1/4

X3	P(X3)
0	1/4
3	1/4
12	1/4
20	1/4

6)
Calcolo del valore atteso della v.c. media campionaria:

Media	Freq Relativa
5	1/4
7.67	1/4
10.67	1/4
11.67	1/4

$$E\left(\overline{X}\right)=\sum_i x_i p_i = 5\times\frac{1}{4}+7.67\times\frac{1}{4}+10.67\times\frac{1}{4}+11.67\times\frac{1}{4}=8.75$$

Calcolo del valore atteso della v.c. mediana campionaria:

Mediana	Freq Relativa
3	1/2
12	1/2

$$E\left(Med\right)=\sum_i x_i p_i = 3\times\frac{1}{3}+12\times\frac{1}{2}=7.5$$

La v.c. media campionaria è uno stimatore non distorto del parametro media della popolazione; lo stesso non accade per la v.c. mediana campionaria (che invece risulta non distorto quando viene usata per stimare il parametro mediana della popolazione).

7)
Calcolo della varianza della v.c. media campionaria:

Media	Freq Relativa	Scarti^2
5	1/4	14.06
7.67	1/4	1.17
10.67	1/4	3.67
11.67	1/4	8.51

$$Var\left(\bar{X}\right)=\sum_i\left(x_i-\mu\right)^2 p_i=14.06\times\frac{1}{4}+1.17\times\frac{1}{4}+3.67\times\frac{1}{4}+8.41\times\frac{1}{4}=6.85$$

Calcolo della varianza della v.c. mediana campionaria:

Mediana	Freq Relativa	Scarti^2
3	1/2	20.25
12	1/2	20.25

$$Var\left(Med\right)=\sum_i\left(x_i-Med\right)^2 p_i=20.25\times\frac{1}{2}+20.25\times\frac{1}{2}=20.25$$

La v.c. media campionaria presenta una variabilità inferiore rispetto alla v.c. mediana campionaria (è uno stimatore più efficiente in senso relativo)

ESERCIZIO 4.2

Si ripeta l'esercizio 4.1 considerando un campionamento con ripetizione e si confrontino i risultati ottenuti nelle due situazioni.

SVOLGIMENTO

1)

$$E(X) = \sum_i x_i p_i = 0 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 12 \times \frac{1}{4} + 20 \times \frac{1}{4} = 8.75$$

2)

I possibili campioni di ampiezza n=3 ottenibili usando uno schema di campionamento con ripetizione sono elencati nella seguente tabella. Per ognuno dei campioni è indicato il valore della media e della mediana.

	X1	X2	X3	Media	Mediana
1	0	0	0	0	0
2	0	0	3	1	0
3	0	0	12	4	0
4	0	0	20	6.67	0
5	0	3	0	1	0
6	0	3	3	2	3
7	0	3	12	5	3
8	0	3	20	7.67	3
9	0	12	0	4	0
10	0	12	3	5	3
11	0	12	12	8	12
12	0	12	20	10.67	12
13	0	20	0	6.67	0
14	0	20	3	7.67	3
15	0	20	12	10.67	12
16	0	20	20	13.33	20
17	3	0	0	1	0
18	3	0	3	2	3
19	3	0	12	5	3
20	3	0	20	7.67	3
21	3	3	0	2	3
22	3	3	3	3	3
23	3	3	12	6	3
24	3	3	20	8.67	3
25	3	12	0	5	3
26	3	12	3	6	3
27	3	12	12	9	12
28	3	12	20	11.67	12
29	3	20	0	7.67	3
30	3	20	3	8.67	3
31	3	20	12	11.67	12
32	3	20	20	14.33	20

	X1	X2	X3	Media	Mediana
33	12	0	0	4	0
34	12	0	3	5	3
35	12	0	12	8	12
36	12	0	20	10.67	12
37	12	3	0	5	3
38	12	3	3	6	3
39	12	3	12	9	12
40	12	3	20	11.67	12
41	12	12	0	8	12
42	12	12	3	9	12
43	12	12	12	12	12
44	12	12	20	14.67	12
45	12	20	0	10.67	12
46	12	20	3	11.67	12
47	12	20	12	14.67	12
48	12	20	20	17.33	20
49	20	0	0	6.67	0
50	20	0	3	7.67	3
51	20	0	12	10.67	12
52	20	0	20	13.33	20
53	20	3	0	7.67	3
54	20	3	3	8.67	3
55	20	3	12	11.67	12
56	20	3	20	14.33	20
57	20	12	0	10.67	12
58	20	12	3	11.67	12
59	20	12	12	14.67	12
60	20	12	20	17.33	20
61	20	20	0	13.33	20
62	20	20	3	14.33	20
63	20	20	12	17.33	20
64	20	20	20	20	20

3)

Considerando la distribuzione di frequenze calcolata a partire dalla colonna delle medie campionarie si ottiene la distribuzione di probabilità della v.c. media campionaria:

Media	Freq Assoluta	Freq Relativa
0	1	1/64
1	3	3/64
2	3	3/64
3	1	1/64
4	3	3/64
5	6	3/32
6	3	3/64
6,67	3	3/64
7,67	6	3/32
8	3	3/64
8,67	3	3/64
9	3	3/64
10,67	6	3/32
11,67	6	3/32
12	1	1/64
13,33	3	3/64
14,33	3	3/64
14,67	3	3/64
17,33	3	3/64
20	1	1/64
	64	

4)
Procedendo in maniera analoga per la colonna della mediana campionaria si ottiene:

Mediana	Freq Assoluta	Freq Relativa
0	10	5/32
3	22	11/32
12	22	11/32
20	10	5/32
	64	

5)
Gli stessi passaggi possono essere effettuati per determinare le distribuzioni di probabilità delle v.c. i-esima osservazione campionaria, di seguito riportate:

X1	P(X1)
0	1/4
3	1/4
12	1/4
20	1/4

X2	P(X2)
0	1/4
3	1/4
12	1/4
20	1/4

X3	P(X3)
0	1/4
3	1/4
12	1/4
20	1/4

6)
Calcolo del valore atteso della v.c. media campionaria:

Media	Freq Relativa
0	1/64
1	3/64
4	3/64
6.67	3/64
2	3/64
5	3/32
7.67	3/32
8	3/64
10.67	3/32
13.33	3/64
3	1/64
6	3/64
8.67	3/64
9	3/64
11.67	3/32
14.33	3/64
12	1/64
14.67	3/64
17.33	3/64
20	1/64

$$E\left(\bar{X}\right)=\sum_i x_i p_i = 0\times\frac{1}{64}+1\times\frac{3}{64}+...+17.33\times\frac{3}{64}+20\times\frac{1}{64}=8.75$$

Calcolo del valore atteso della v.c. mediana campionaria:

Mediana	Freq Relativa
0	5/32
3	11/32
12	11/32
20	5/32

$$E\left(Med\right)=\sum_i x_i p_i = 0\times\frac{5}{32}+3\times\frac{11}{32}+12\times\frac{11}{32}+20\times\frac{5}{32}=8.28$$

La v.c. media campionaria è uno stimatore non distorto del parametro media della popolazione; lo stesso non accade per la v.c. mediana campionaria (che invece risulta non distorto quando viene usata per stimare il parametro mediana della popolazione).

7)
Calcolo della varianza della v.c. media campionaria:

Media	Freq Relativa	Scarti^2
0	1/64	76.56
1	3/64	60.06
4	3/64	22.56
6.67	3/64	4.34
2	3/64	45.56
5	3/32	14.06
7.67	3/32	1.17
8	3/64	0.56
10.67	3/32	3.67
13.33	3/64	21.01
3	1/64	33.06
6	3/64	7.56
8.67	3/64	0.01
9	3/64	0.06
11.67	3/32	8.51
14.33	3/64	31.17
12	1/64	10.56
14.67	3/64	35.01
17.33	3/64	73.67
20	1/64	126.56

$$Var\left(\bar{X}\right)=\sum_i\left(x_i-\mu\right)^2 p_i = 75.56\times\frac{1}{64}+60.06\times\frac{3}{64}+\ldots+73.67\times\frac{3}{64}+126.56\times\frac{1}{64}=20.56$$

Calcolo della varianza della v.c. mediana campionaria:

Mediana	Freq Relativa	Scarti^2
0	5/32	68.58
3	11/32	27.89
12	11/32	13.83
20	5/32	137.33

$$Var\left(Med\right)=\sum_i\left(x_i-Med\right)^2 p_i = 68.58\times\frac{5}{32}+27.89\times\frac{11}{32}+13.83\times\frac{11}{32}+137.33\times\frac{5}{32}=46.51$$

La v.c. media campionaria presenta una variabilità inferiore rispetto alla v.c. mediana campionaria (è uno stimatore più efficiente in senso relativo)

ESERCIZIO 4.3

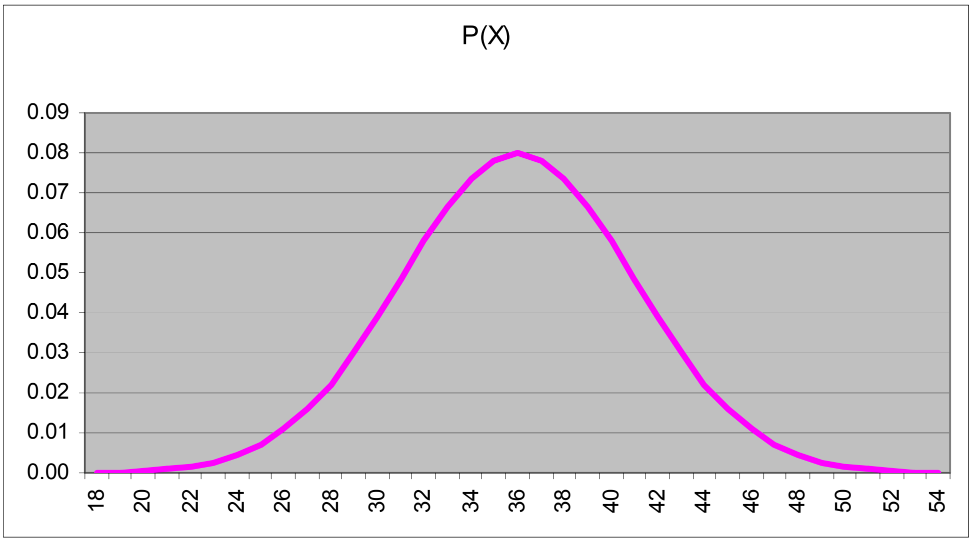
La batteria di un telefono cellulare ha una durata media di 36 ore con uno scarto quadratico medio di 5 ore. Assumendo che si distribuisca secondo una legge normale calcolare:

1) $P(X<33)$
2) $P(X>39)$
3) $P(40<X<45)$
4) $P(27<X<32)$
5) $P(27<X<45)$
6) $P(X<41)$
7) $P(31<X<41)$
8) $P(X<46)$
9) $P(26<X<46)$
10) $P(X<51)$
11) $P(21<X<51)$
12) $P(X<21 \text{ o } X>46)$
13) il primo, il secondo e il terzo quartile
14) il numero di ore che la batteria riesce ad assicurare solo nel 15% dei casi
15) il numero di ore che la batteria riesce ad assicurare almeno nel 70% dei casi

SVOLGIMENTO

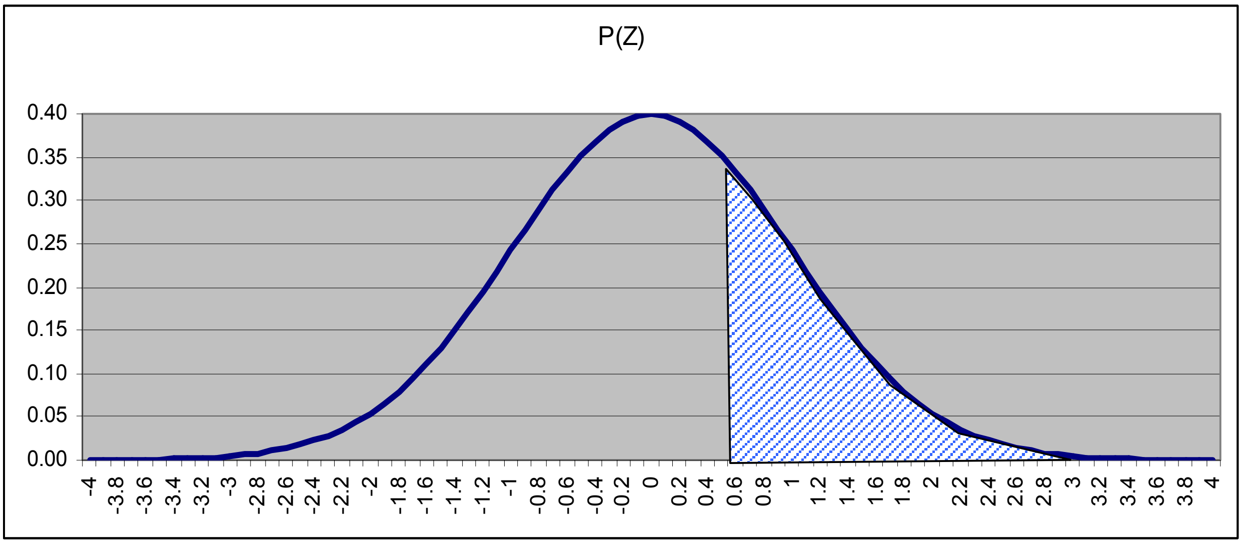
X = durata della batteria

$X \sim N(36 \text{ km}, 5 \text{ km})$



1)

$$X=39 \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{39-36}{5}=0.6$$



Usando le tavole della normale si ha:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0

Area tra la media e il valore z

Le tavole usate danno l'area compresa tra la media e l'ascissa:

$$P(\mu < X < 39) = P\left(0 < Z < \frac{X-\mu}{\sigma}\right) = P(0 < Z < 0.6) = 0.2257$$

Da cui si può ottenere la probabilità di interesse:

$$P(X > 39) = P\left(Z > \frac{X-\mu}{\sigma}\right) = P(Z > 0.6) = 0.5 - 0.2257 = 0.2743$$

2)

$$X = 33 \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{39-36}{5} = -0.6$$

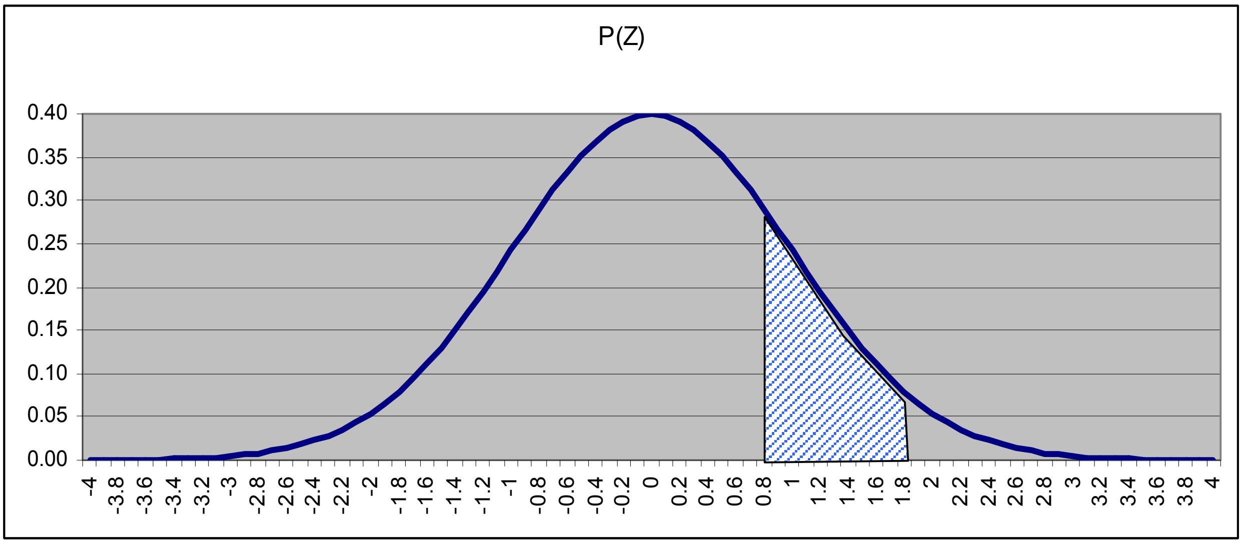
Sfruttando la simmetra della distribuzione possiamo usare il risultato ottenuto al punto 1:

$$P(X < 33) = P\left(Z < \frac{X-\mu}{\sigma}\right) = P(Z < -0.6) = P(Z > 0.6) = 0.2743$$

3)

$$X = 40 \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{40-36}{5} = 0.80$$

$$X = 45 \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{45-36}{5} = 1.80$$



I due valori sono entrambi a destra della media: posso calcolare la probabilità di interesse nel seguente modo:

$$P(40 < X < 45) = P\left(\frac{X_1 - \mu}{\sigma} < Z < \frac{X_2 - \mu}{\sigma}\right) = P(0.8 < Z < 1.8) = P(0 < Z < 1.8) - P(0 < Z < 0.8)$$

Ottengo le due probabilità da sottrarre dalle tavole:

P(0 < Z < z)

	0.00	**0.01**	**0.02**	**0.03**
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	[illegible]

Area tra la media e il valore z

P(0 < Z < z)

	0.00	**0.01**	**0.02**	**0.03**
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	[illegible]

Area tra la media e il valore z

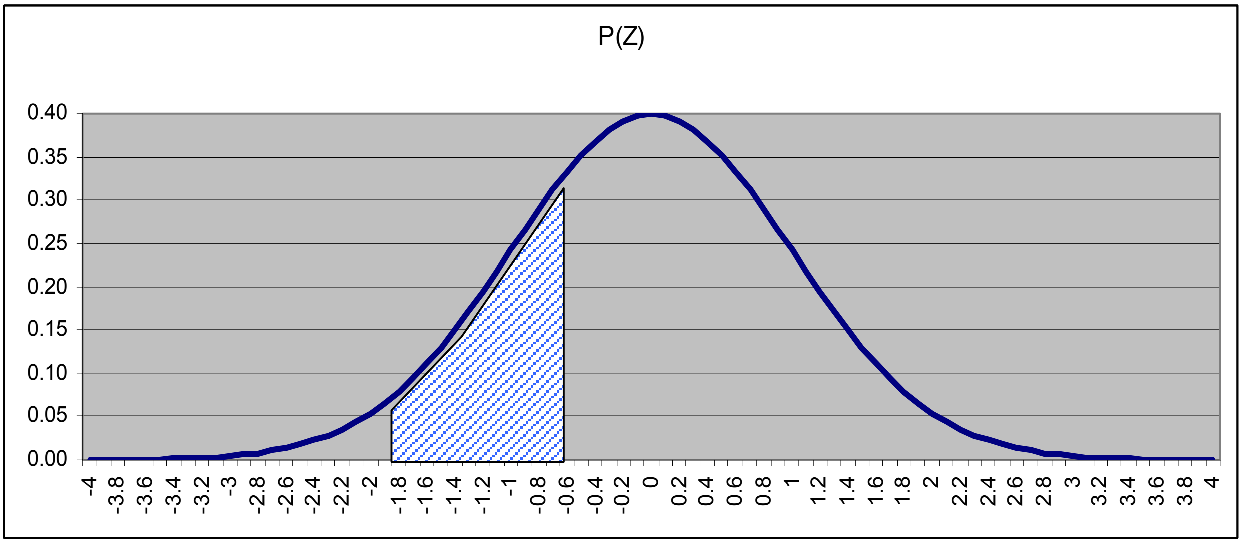
Da cui posso calcolare la probabilità richiesta:

$$P(40 < X < 45) = P(0.8 < Z < 1.8) = P(0 < Z < 1.8) - P(0 < Z < 0.8) = 0.4641 - 0.2881 = 0.1759$$

4)

$$X = 27 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{27 - 36}{5} = -1.80$$

$$X = 32 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{32 - 36}{5} = -0.80$$



I due valori sono entrambi a sinistra della media: posso calcolare la probabilità di interesse nel seguente modo:

$$P(27 < X < 32) = P\left(\frac{X_1 - \mu}{\sigma} < Z < \frac{X_2 - \mu}{\sigma}\right) = P(-1.8 < Z < -0.8)$$

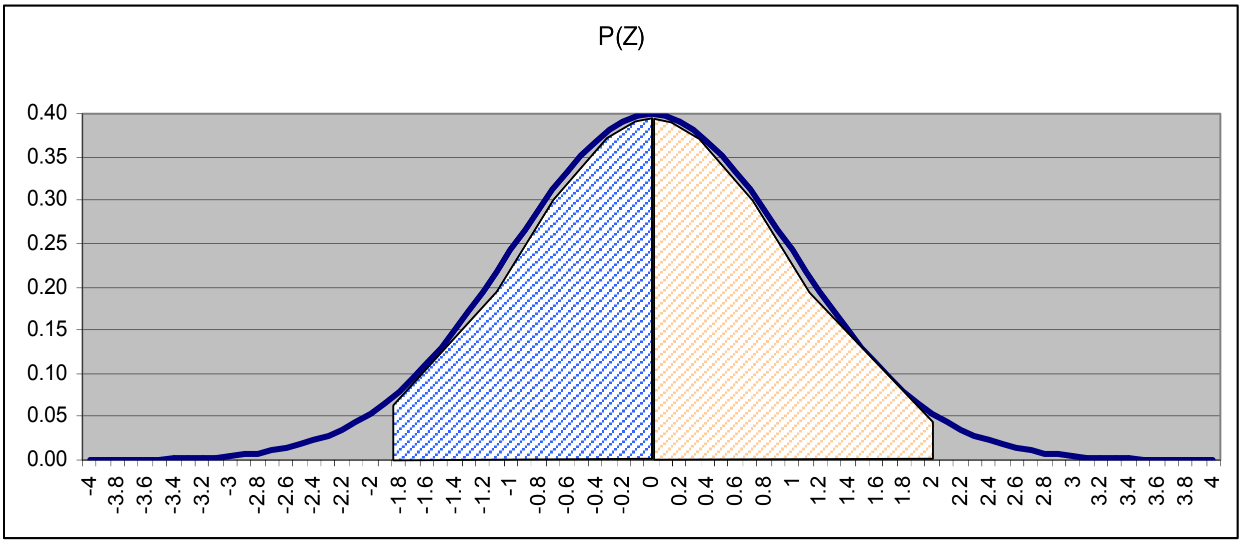
Sfruttando la simmetria della distribuzione possiamo usare il risultato ottenuto al punto precedente:

$$P(27 < X < 32) = P(-1.8 < Z < -0.8) = P(0.8 < Z < 1.8) = 0.1759$$

5)

$$X = 27 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{27 - 36}{5} = -1.80$$

$$X = 45 \Rightarrow Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{46 - 36}{5} = 2$$



In questo caso la media è compresa tra i due valori: è possibile calcolare la probabilità richiesta facendo riferimento alle due aree tratteggiate in colore differente:

$$P(27 < X < 45) = P(-1.8 < Z < 2) = P(-1.8 < Z < 0) + P(0 < Z < 2) = P(0 < Z < 1.8) + P(0 < Z < 2)$$

Dalle tavole si ha:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0

Area tra la media e il valore z

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0

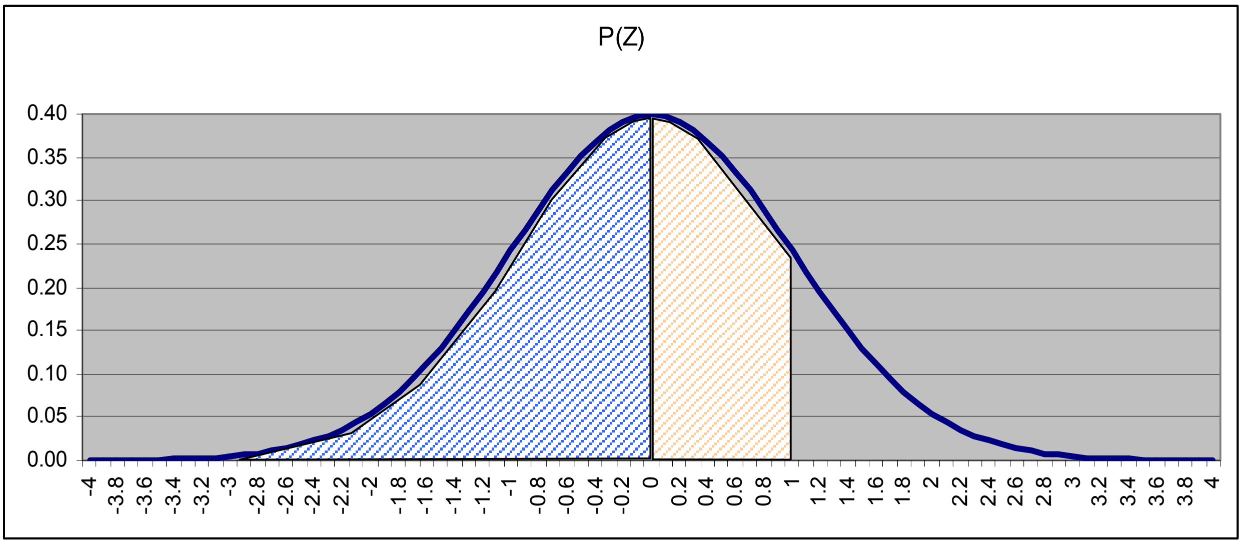
Area tra la media e il valore z

Da cui:

$$P(27<X<45)=P(-1.8<Z<2)=0.4641+0.4839=0.9413$$

6)

$$X=41 \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{41-36}{5}=1$$



Dalle tavole otteniamo il valore tra la media e il valore Z specifico:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	(

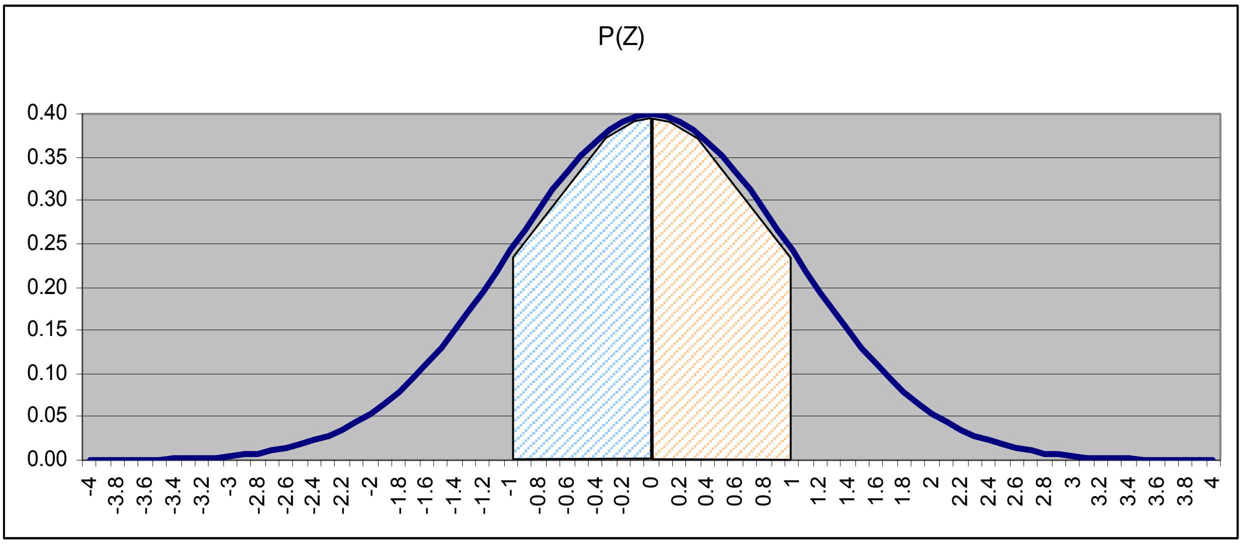
Area tra la media e il valore z

$$P(X<41)=P(-\infty<Z<1)=P(-\infty<Z<0)+P(0<Z<1)=0.5+0.3413=0.8413$$

7)

$$X=31 \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{31-36}{5}=-1$$

$$X=41 \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{41-36}{5}=1$$

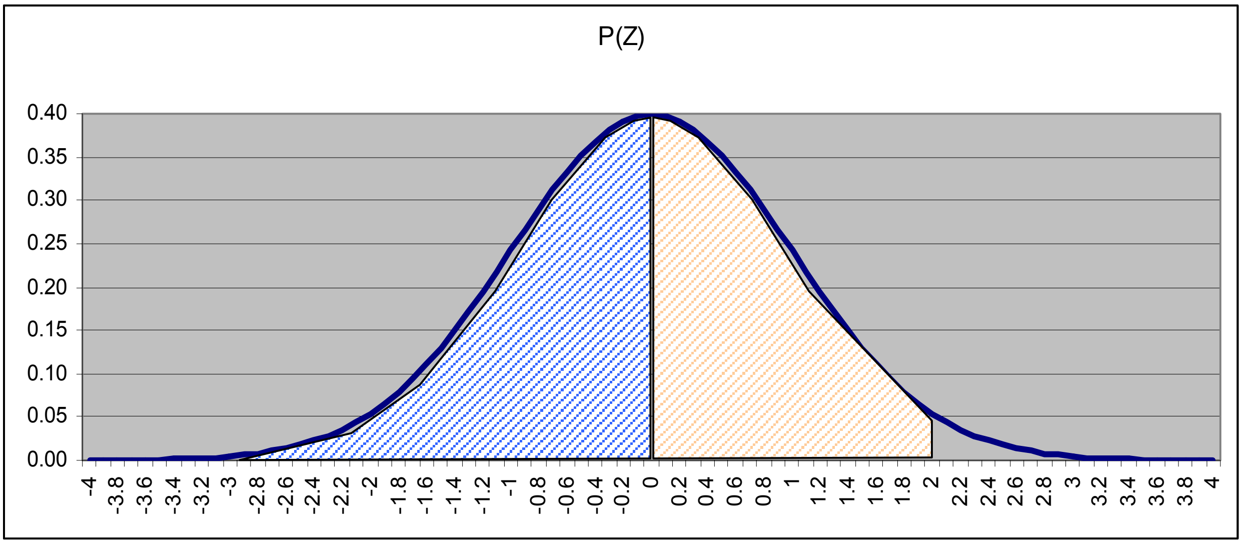


Possiamo sfruttare il risultato al punto precedente e la simmetria della distribuzione per ottenere la probabilità di interesse nel seguente modo:

$$P(31<X<41)=P(-1<Z<1)=P(-1<Z<0)+P(0<Z<1)=2\times P(0<Z<1)=2\times 0.3413=0.6826$$

8)

$$X=46 \Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{46-36}{5}=2$$



Dalle tavole otteniamo il valore tra la media e il valore Z specifico:

P(0 < Z < z)

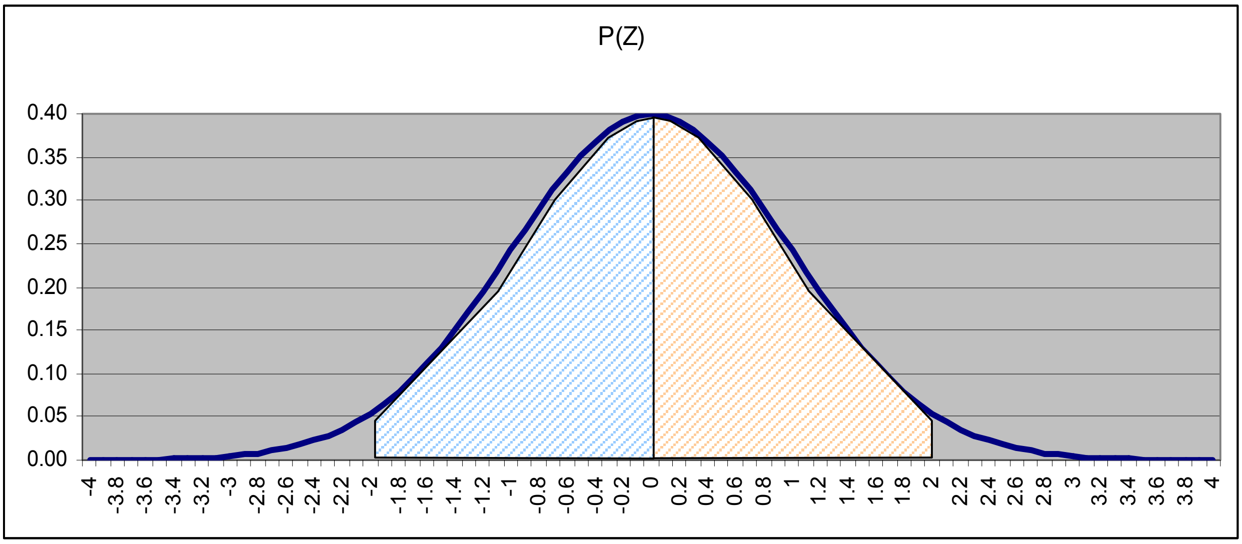
	0.00	0.01	0.02	0.03
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	[illegible]

Area tra la media e il valore z

$$P(X<46)=P(-\infty<Z<1)=P(-\infty<Z<0)+P(0<Z<2)=0.5+0.4772=0.9772$$

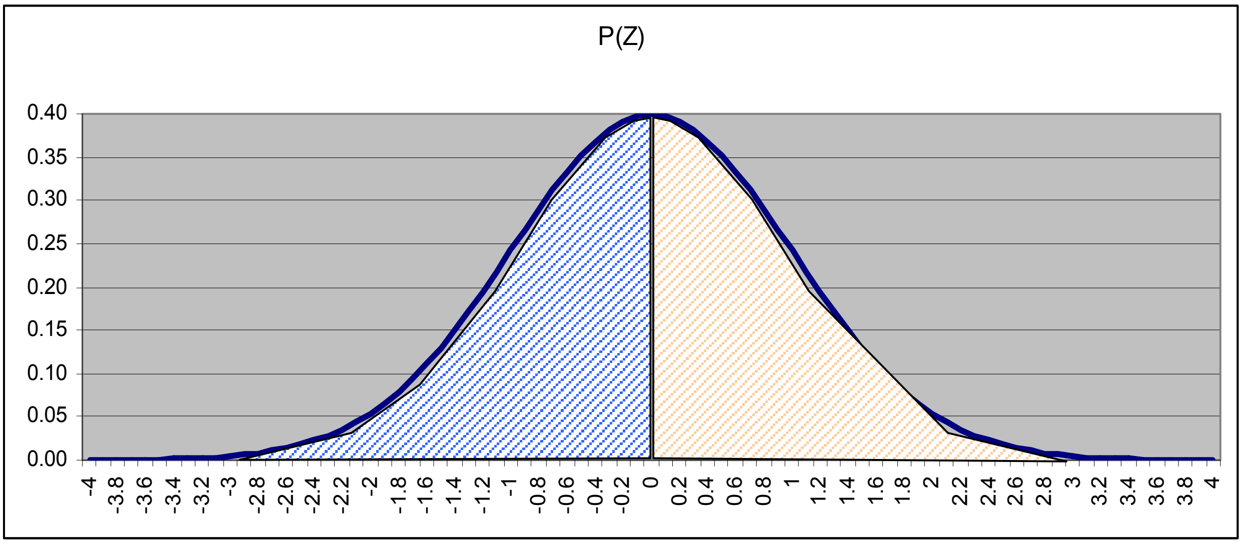
9)

$$X = 26 \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{26-36}{5} = -2$$
$$X = 46 \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{46-36}{5} = 2$$



Possiamo sfruttare il risultato al punto precedente e la simmetria della distribuzione per ottenere la probabilità di interesse nel seguente modo:
$$P(26 < X < 46) = P(-2 < Z < 2) = P(-2 < Z < 0) + P(0 < Z < 2) = 2 \times P(0 < Z < 2) = 2 \times 0.4772 = 0.9544$$

10)
$$X = 51 \Rightarrow Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{51-36}{5} = 3$$



Dalle tavole otteniamo il valore tra la media e il valore Z specifico:

P(0 < Z < z)

	0.00	**0.01**	**0.02**	**0.03**
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	[illegible]

Area tra la media e il valore z

$$P(X<51)=P(-\infty<Z<3)=P(-\infty<Z<0)+P(0<Z<3)=0.5+0.4987=0.9987$$

11)

$$X=21\Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{21-36}{5}=-3$$

$$X=51\Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{51-36}{5}=3$$

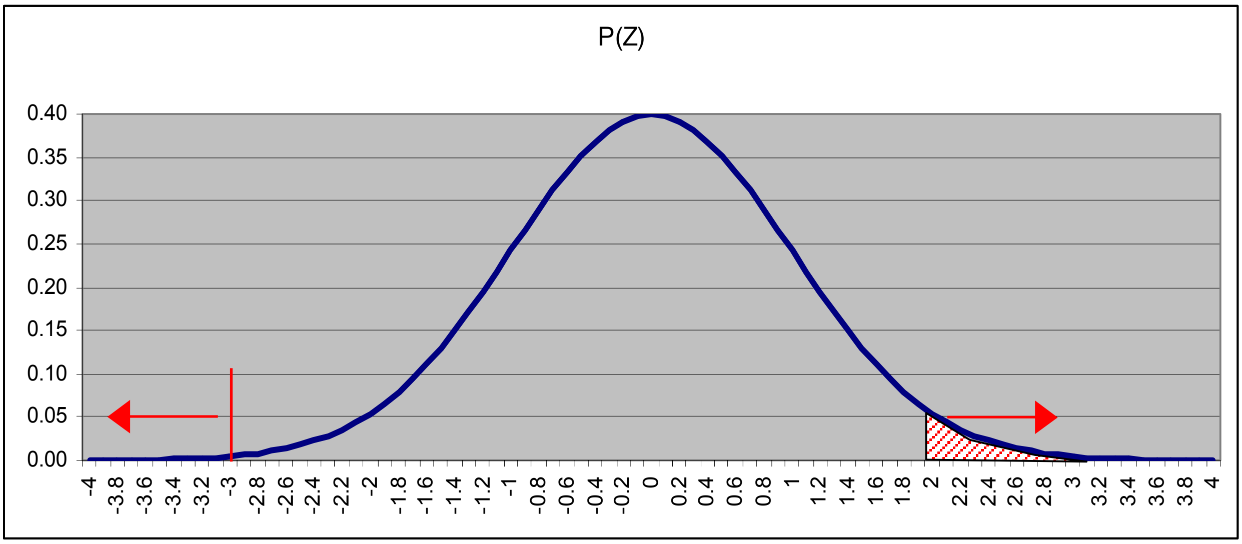
Possiamo sfruttare il risultato al punto precedente e la simmetria della distribuzione per ottenere la probabilità di interesse nel seguente modo:

$$P(21<X<51)=P(-3<Z<3)=P(-3<Z<0)+P(0<Z<3)=2\times P(0<Z<3)=2\times 0.4987=0.9974$$

12)

$$X=21\Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{21-36}{5}=-3$$

$$X=46\Rightarrow Z=\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{46-36}{5}=2$$



$$P(X<21 \text{ o } X>46)=P(X<21)+P(X>46)=P(Z<-3)+P(Z>2)$$

Dalle tavole otteniamo il valore tra la media e il valore Z specifico:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	[illegible]

Area tra la media e il valore z

$$P(X<21)=P(Z<-3)=P(Z>3)=0.5-0.4987=0.0013$$

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	[illegible]

Area tra la media e il valore z

$P(X>21)=P(Z>2)=0.5-0.4772=0.0228$

Combinando i due risultati ottenuti si ha:

$P(X<21 \text{ o } X>46)=P(Z<21)+P(Z>46)=P(Z<-3)+P(Z>2)=0.0013+0.0228=0.0241$

13)
Data la simmetria della distribuzione normale la mediana (secondo quartile) è pari alla media (e ad ogni altro indice di tendenza centrale).
Per il calcolo del primo e terzo quartile si può cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.25:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
0.6	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517
0.7	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823
0.8	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106
0.9	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365

L'area più vicina a 0.25 corrisponde ad un'ascissa di 0.67

$$Z=\frac{Q_3-\mu}{\sigma}=-\frac{Q_1-\mu}{\sigma}\Rightarrow\begin{cases}Q_1=\mu-Z\sigma=36-0.67\times5=32.65\\Q_3=\mu+Z\sigma=36+0.67\times5=39.35\end{cases}$$

14)
In questo caso dobbiamo cercare il valore dell'ascissa che lascia a destra il 15% dei casi, ovvero a sinistra l'85% dei casi. Per utilizzare le tavole bisogna scomporre quest'area nel 50% (area a sinistra della media) a cui va aggiunto il restante 35% (area a partire dalla media). Bisogna quindi cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.35:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
0.8	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106
0.9	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365
1.0	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599
1.1	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810

L'area più vicina a 0.35 corrisponde ad un'ascissa di 1.05

$$P(0<Z<1.05)=P\left(0<\frac{X-\mu}{\sigma}<1.05\right)=0.3531$$

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X:

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow X=\mu+Z\sigma=36+1.05\times5=41.25$$

15)
In questo caso dobbiamo cercare il valore dell'ascissa che lascia a sinistra il 70% dei casi. Per utilizzare le tavole bisogna scomporre quest'area nel 50% (area a sinistra della media) a cui va aggiunto il restante 20% (area a partire dalla media). Bisogna quindi cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.20:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357

L'area più vicina a 0.2 corrisponde ad un'ascissa di 0.52

$$P(0 < Z < 0.52) = P\left(0 < \frac{X-\mu}{\sigma} < 0.52\right) = 0.1985$$

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \Rightarrow X = \mu + Z\sigma = 36 + 0.52 \times 5 = 38.6$$