ESERCIZIO 3.1

Una ditta vende computer utilizzando *on-line*, utilizzando sia processori Celeron che processori Intel. Dati storici mostrano che l'80% dei clienti preferiscono acquistare un PC con processore Intel.

a) Sia X la variabile casuale "il prossimo cliente acquista un PC con processore Celeron".
   1. Definirne la distribuzione di probabilità
   2. Calcolare il valore atteso di X.
   3. Calcolare la varianza di X.

b) Sia Y la variabile casuale "il numero di PC Celeron venduti nei prossimi quattro acquisti online".
   4. Definire gli eventi elementari associati all'esperimento in questione
   5. Calcolare per ciascun evento di cui al punto 1 le probabilità associate
   6. Definire la distribuzione di probabilità per la variabile casuale Y.
   7. Calcolare valore atteso e varianza di Y
   8. Utilizzando quanto noto sulla distribuzione binomiale calcolare la distribuzione di probabilità di Y
   9. Utilizzando quanto noto sulla distribuzione binomiale calcolare valore atteso e varianza di Y

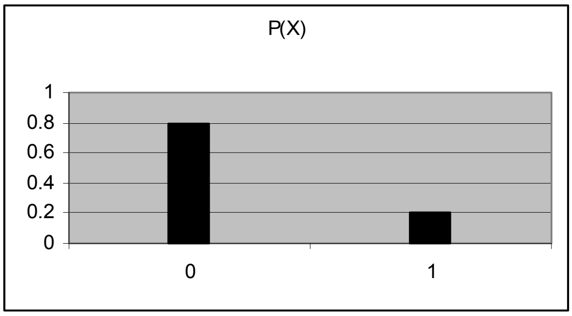
c) Calcolare inoltre:
   10. $P(Y \le 2)$
   11. $P(Y > 2)$
   12. $P(1 \le Y \le 3)$

SVOLGIMENTO

1)

La variabile X si distribuisce come una v.c. bernoulli. La distribuzione di probabilità è riportata sotto sia in forma tabellare che in forma grafica.

X	P(X)	Evento
0	0.8	Acquisto PC Intel
1	0.2	Acquisto PC Celeron



2)

$$E(X) = \sum_i x_i \, p(x_i) = 0 \times 0.8 + 1 \times 0.2 = 0.2$$

3)

$$\sigma^2 = E(X-\mu)^2 = \sum_i (x_i - \mu)^2 \, p(x_i) = (0-0.2)^2 \times 0.8 + (1-0.2)^2 \times 0.2 = 0.04 \times 0.8 + 0.64 \times 0.2 = 0.16$$

NOTA:

La variabile casuale è una variabile bernoullina. Il valore atteso e la varianza potevano essere calcolati più velocemente come segue:

$E(X) = p = 0.2$

$\sigma^2 = p \times (1-p) = 0.2 \times 0.8 = 0.16$

4)

Si indichi con C l'acquisto di un pc con processore Celeron e con I l'acquisto di un pc con processore Intel. Gli eventi elementari sono 2^4=16 e sono elencati nella seguente tabella:

	Acquisto 1	**Acquisto 2**	**Acquisto 3**	**Acquisto 4**	**Numero di Testa**
1	I	I	I	I	0
2	C	I	I	I	1
3	I	C	I	I	1
4	I	I	C	I	1
5	I	I	I	C	1
6	C	C	I	I	2
7	C	I	C	I	2
8	C	I	I	C	2
9	I	C	C	I	2
10	I	C	I	C	2
11	I	I	C	C	2
12	C	C	C	I	3
13	C	C	I	C	3
14	C	I	C	C	3
15	I	C	C	C	3
16	C	C	C	C	4

5)

Si indichi con C_i e con I_i rispettivamente l'acquisto del processore Celeron e del processore Intel da parte dell'i-esimo acquirente (i=1,…,4). Il calcolo delle probabilità associate a ciascuno degli eventi elementari sfrutta l'ipotesi che vi sia indipendenza tra acquisti successivi.

$$P(I_1 \cap I_2 \cap I_3 \cap I_4) = P(I_1) \times P(I_2) \times P(I_3) \times P(I_4) = (0.8)^4 = 0.4096$$

$$P(C_1 \cap I_2 \cap I_3 \cap I_4) = P(C_1) \times P(I_2) \times P(I_3) \times P(I_4) = 0.2 \times (0.8)^3 = 0.1024$$

$$P(C_1 \cap I_2 \cap I_3 \cap I_4) = P(I_1 \cap C_2 \cap I_3 \cap I_4) = P(I_1 \cap I_2 \cap C_3 \cap I_4) = P(I_1 \cap I_2 \cap I_3 \cap C_4) = 0.1024$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap I_3 \cap I_4) = P(C_1) \times P(C_2) \times P(I_3) \times P(I_4) = (0.2)^2 \times (0.8)^2 = 0.0256$$

$$\begin{aligned} P(C_1 \cap C_2 \cap I_3 \cap I_4) &= P(C_1 \cap I_2 \cap C_3 \cap I_4) = P(C_1 \cap I_2 \cap I_3 \cap C_4) = P(I_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap I_4) \\ &= P(I_1 \cap C_2 \cap I_3 \cap C_4) = P(I_1 \cap I_2 \cap C_3 \cap C_4) = 0.0256 \end{aligned}$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap I_4) = P(C_1) \times P(C_2) \times P(C_3) \times P(I_4) = (0.2)^3 \times 0.8 = 0.0064$$

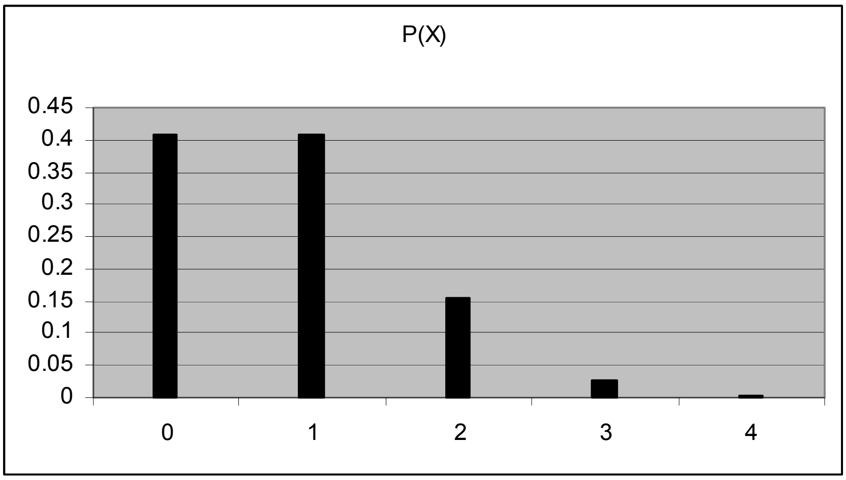
$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap I_4) = P(C_1 \cap C_2 \cap I_3 \cap C_4) = P(C_1 \cap I_2 \cap C_3 \cap C_4) = P(I_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = 0.0064$$

$$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_1) \times P(C_2) \times P(C_3) \times P(C_4) = (0.2)^4 = 0.0016$$

6)

Tenendo conto che la probabilità che vi siano 1, 2, e 3 acquisti di PC-celeron è pari all'unione delle probabilità di rispettivamente 4, 6 e 4 eventi elementari che danno vita ai rispettivi eventi composti si ha:

X (Numero di Celeron)	P(X)
0	0.4096
1	0.4096 (0.1024 x 4)
2	0.1536 (0.0256 x 6)
3	0.0256 (0.0064 x 4)
4	0.0016
SOMMA	**1**



7)

$$E(X)=\sum_i x_i p(x_i)=0\times 0.4096+1\times 0.4096+2\times 0.1536+3\times 0.0256+4\times 0.0016=0.8$$

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= E(X-\mu)^2\\ &= \sum_i (x_i-\mu)^2 p(x_i)\\ &= (0-0.8)^2\times 0.4096+(1-0.8)^2\times 0.4096+(2-0.8)^2\times 0.1536+(3-0.8)^2\times 0.0256+(4-0.8)^2\times 0.0016\\ &= 0.64\end{aligned}$$

8)

E' possibile sfruttare quanto noto sulla binomiale invece di ricorrere all'elenco esaustivo degli eventi elementari. In particolare, se si calcola la formula:

$$p(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x q^{n-x}$$

per x=0,…,4 si ottiene la distribuzione di probabilità ricavata in precedenza.

X (Numero di Celeron)	P(X)
0	0.4096
1	0.4096 (0.1024 x 4)
2	0.1536 (0.0256 x 6)
3	0.0256 (0.0064 x 4)
4	0.0016
SOMMA	**1**

9)

Il valore atteso e la varianza possono essere calcolati usando le rispettive definizioni, come al punto 7, ma risulta più veloce usare quanto noto sulla distribuzione binomiale.

$$E(X)=\sum_i x_i p(x_i)=n\times p=4\times 0.20=0.8$$

$$Var(X)=\sum_i (x_i-\mu)^2\, p(x_i)=n\times p\times q=4\times 0.20\times 0.80=0.64$$

10)

$$P(Y\le 2)=P(Y=0)+P(Y=1)+P(Y=2)=0.4096+0.4096+0.1536=0.9728$$

11)

$$P(Y>2)=P(Y=3)+P(Y=4)=0.0256+0.0016=0.0272$$

o, in maniera analoga, si poteva sfruttare quanto calcolato al punto 11:

$$P(Y>2)=1-P(Y\le 2)=1-0.9728=0.0272$$

12)

$$P(1\le Y\le 3)=P(Y=1)+P(Y=2)+P(Y=3)=0.4096+0.1536+0.0256=0.5888$$

ESERCIZIO 3.2

Il Rettore dell'Università è interessato a valutare il gradimento della riforma degli studi introdotta. Un'indagine svolta su tutti gli studenti negli scorsi anni ha dato il seguente risultato: il 60% degli studenti preferisce il nuovo ordinamento di studi rispetto al precedente.

a) Si estrae uno studente a caso e si è interessati a valutare il gradimento dello stesso rispetto al nuovo ordinamento di studi.
   1. Definire la variabile casuale X associata all'esperimento e la relativa distribuzione di probabilità
   2. Calcolarne valore atteso e varianza

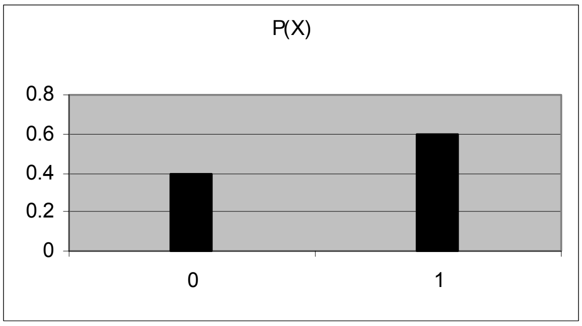
b) Si estraggono a caso 20 studenti e su questi si è interessati a valutare il gradimento rispetto al nuovo ordinamento di studi
   1. Definire la variabile casuale Y associata all'esperimento e la relativa distribuzione di probabilità
   2. Calcolarne valore atteso e varianza
   3. Calcoare $P(Y \le 5)$
   4. Calcolare $P(Y > 5)$
   5. Calcoare $P(Y = 11)$
   6. Calcolare $P(10 < Y < 15)$

SVOLGIMENTO

1)

La variabile X si distribuisce come una v.c. bernoulli. La distribuzione di probabilità è sotto riportata sia in forma tabellare che in forma grafica.

X	P(X)	Evento
0	0.4	Gradimento vecchio ordinamento
1	0.6	Gradimento nuovo ordinamento



2)

$$E(X) = \sum_i x_i \, p(x_i) = 0 \times 0.4 + 1 \times 0.6 = 0.6$$

$$\sigma^2 = E(X-\mu)^2 = \sum_i (x_i - \mu)^2 \, p(x_i) = (0-0.6)^2 \times 0.4 + (1-0.6)^2 \times 0.6 = 0.36 \times 0.4 + 0.16 \times 0.6 = 0.24$$

NOTA:

La variabile casuale è una variabile bernoullina. Il valore atteso e la varianza potevano essere calcolati più velocemente come segue:

$$E(X) = p = 0.6$$

$$\sigma^2 = p \times (1-p) = 0.6 \times 0.4 = 0.24$$

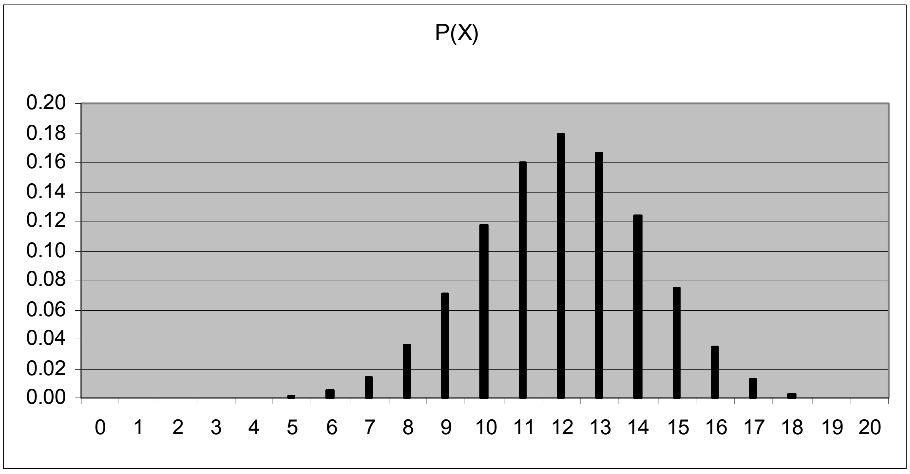
3)

La variabile casuale Y="nr. di studenti favorevoli al nuovo ordinamento su un gruppo di 20" segue una distribuzione binomiale (vedi analogia con il numero di successi in n prove). E' possibile specificare le distribuzioni di probabilità sia calcolando la formula:

$$p(X=x)=\binom{n}{x}p^x q^{n-x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x q^{n-x}$$

per x=0,…,20. La distribuzione di probabilità della v.c. Y è riportata di seguito in forma tabulare e in forma grafica.

X	P(X)
0	0.0000
1	0.0000
2	0.0000
3	0.0000
4	0.0003
5	0.0013
6	0.0049
7	0.0146
8	0.0355
9	0.0710
10	0.1171
11	0.1597
12	0.1797
13	0.1659
14	0.1244
15	0.0746
16	0.0350
17	0.0123
18	0.0031
19	0.0005
20	0.0000



4)
Il valore atteso e la varianza possono essere calcolati usando le rispettive definizioni ma risulta più veloce usare quanto noto sulla distribuzione binomiale.

$$E(X)=\sum_i x_i p(x_i)=n\times p=20\times 0.60=12$$

$$Var(X)=\sum_i (x_i-\mu)^2 p(x_i)=n\times p\times q=20\times 0.60\times 0.40=4.8$$

5)

$$\begin{aligned}P(Y\le 5) &= P(Y=1)+P(Y=2)+P(Y=3)+P(Y=4)+P(Y=5)\\ &= 0.0000+0.0000+0.0000+0.0000+0.0003+0.0013\\ &= 0.0016\end{aligned}$$

6)

$$P(Y>5)=1-P(Y\le 5)=1-0.0016=0.9984$$

7)

$P(Y=11)=0.1597$

8)

$$\begin{aligned}P(10<Y<15) &= P(Y=11)+P(Y=12)+P(Y=13)+P(Y=14)\\ &= 0.1597+0.1797+0.1659+0.1244\\ &= 0.6297\end{aligned}$$

ESERCIZIO 3.3

Si è interessati all'acquisto di un'autovettura e un produttore di automobili sta promuovendo un nuovo modello facendo leva sui bassi consumi: la pubblicità afferma che la macchina è in grado di assicurare un consumo medio di 20 km per litro su percorsi cittadini. Si ha la fortuna di conoscere uno dei responsabili del settore marketing di tale azienda dal quale si riesce ad ottenere anche un'informazione sulla variabilità di questi test di consumo, ovvero che la deviazione standard è pari a 3 km per litro. Sia X la variabile casuale km percorsi per litro di tale modello, che si ipotizza approssimabile da una distribuzione normale.

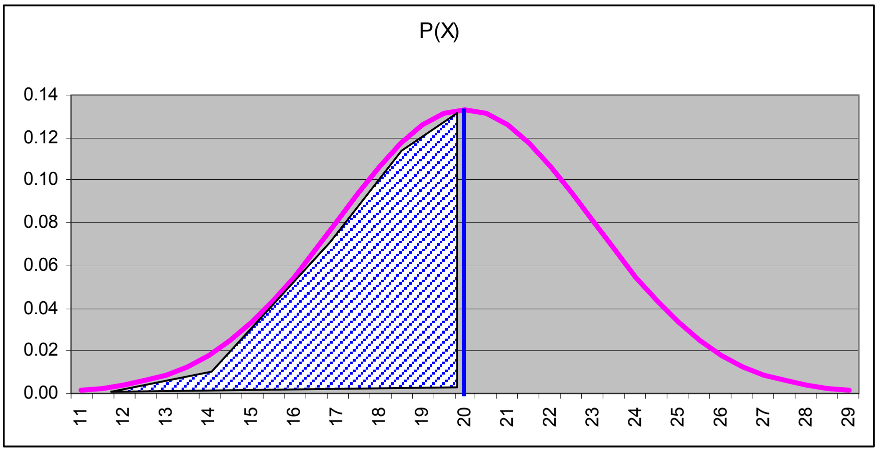
1. Acquistando tale modello di autovettura qual è la probabilità che la macchina in questione riesca a percorrere meno di 20 km al litro su percorso cittadino?
2. Qual è la probabilità che la macchina riesca a percorrere più di 30 km per litro?
3. Qual è la probabilità che la macchina percorra in media tra 24 e 30 km per litro?
4. Qual è la probabilità che la macchina percorra meno di 18m o più di 24m per litro?
5. Calcolare il numero minimo di km per litro che la macchina è in grado di assicurare nel 90% dei casi?
6. Calcolare il numero di km per litro che la macchina è in grado di superare solo nel 20% dei casi?
7. Calcolare il primo quartile, la mediana e il terzo quartile della variabile casuale.

SVOLGIMENTO

X = km percorsi per litro

$X \sim N(20 \text{ km}, 3 \text{ km})$

1)



$P(X < 20) = 0.5$

Usando le tavole della normale si ha

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{20 - 20}{3} = 0$$

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02
0.0	0.0000	0.0040	0.0080
0.1	0.0398	0.0438	0.0478
0.2	0.0793	0.0832	0.0871

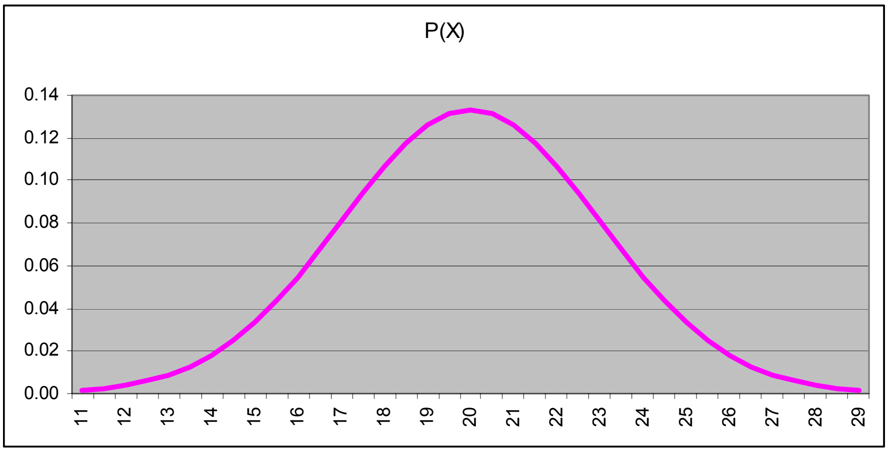
Area tra la media e il valore z

Le tavole utilizzate danno l'area dalla media all'ascissa cercata. In questo caso bisogna sommare l'area a sinistra della media che è pari a 0.5, da cui si ha:

$$P(X<20)=P\left(Z<\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=P(Z<0)=0.5$$

NOTA BENE:
Alcune tavole riportano l'area da -∞ al valore z (si consiglia di controllare con attenzione la relativa legenda)

2)



Dalle tavole otteniamo l'area compresa tra la media e il valore z, vale a dire:

P(0 < Z < z)

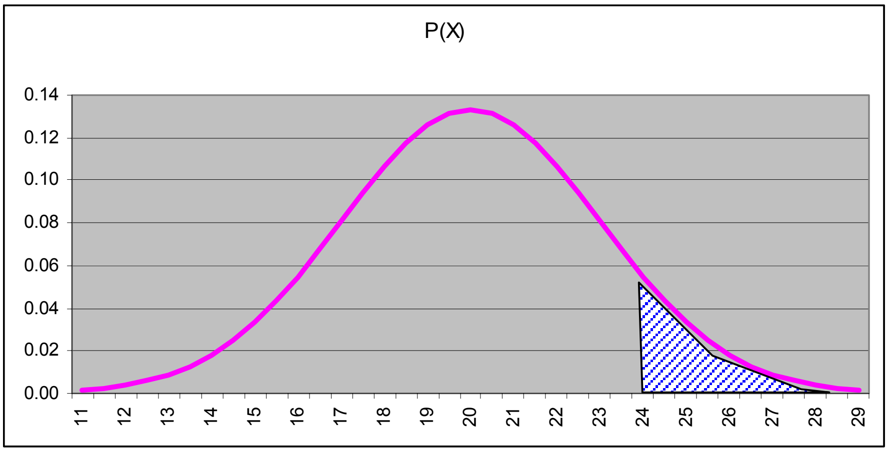
	0.00	0.01	0.02	0.03
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996

Area tra la media e il valore z

Da questo valore dobbiamo sottrarre 0.5 per ottenere l'aria a destra del valore z:

$$P(X>30)=P\left(Z>\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=P\left(Z>\frac{30-20}{3}\right)=P(Z>3.33)=0.5-0.4996=0.0004$$

3)



$$P(24 < X < 30) = P\left(\frac{X_1 - \mu}{\sigma} < Z < \frac{X_2 - \mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{24-20}{3} < Z < \frac{30-20}{3}\right) = P(1.33 < Z < 3.33)$$

Dalle tavole otteniamo la $P(0 < Z < 1.33)$:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082

Area tra la media e il valore z

Dalle tavole otteniamo la $P(0 < Z < 3.33)$:

P(0 < Z < z)

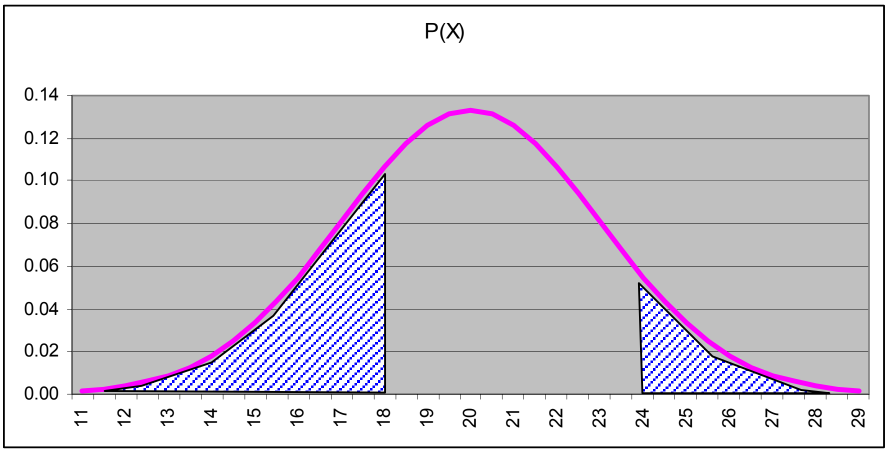
	0.00	0.01	0.02	0.03
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996

Area tra la media e il valore z

Sottraendo il primo valore dal secondo si ottiene la probabilità di interesse:

$$P(24 < X < 30) = P(0 < Z < 3.33) - P(0 < Z < 1.33) = 0.4996 - 0.4082 = 0.0913$$

4)



$$P(X < 18 \cup X > 24) = P(X < 18) + P(X > 24)$$

Possiamo ricavare i due addendi passando alla variabile casuale standardizzata:

$$P(X<18)=P\left(Z<\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=P\left(Z<\frac{18-20}{3}\right)=P(Z<-0.67)$$

Sfruttando la simmetria della distribuzione possiamo cercare il valore 0.67 sulle tavole:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
0.4	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844
0.5	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190
0.6	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517
0.7	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823

Area tra la media e il valore z

L'area tra la media e il valore 0.67 è pari a 0.2486. Per trovare l'area di interesse dobbiamo sottrarre questo valore da 0.5:

$$P(Z<-0.67)=P(Z>0.67)=0.5-0.2486=0.2514$$

Per il secondo addendo si ha:

$$P(X>24)=P\left(Z>\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=P\left(Z>\frac{24-20}{3}\right)=P(Z>1.33)$$

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082

Area tra la media e il valore z

Il valore trovato sulle tavole corrisponde all'area tra la media e l'ascissa 1.33; per ottenere la probabilità considerata dobbiamo sottrarre tale valore da 0.5:

$$P(Z>1.33)=0.5-0.4082=0.0918$$

Sommando i due valori si ottiene la probabilità desiderata:

$$P(X<18\cup X>24)=P(X<18)+P(X>24)=0.2514+0.0918=0.3432$$

5)

Per rispondere al quesito bisogna cercare il valore dell'ascissa che lascia a destra il 90% dell'area. Le tavole utilizzate ci danno il valore dell'area tra la media e l'ascissa; nel nostro caso quindi possiamo scomporre il 90% in due zone: 50% (area a sinistra della media) e 40%; dobbiamo quindi cercare nella tabella un'area vicina a 0.4:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
1.0	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599
1.1	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810
1.2	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997
1.3	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162

L'area più vicina a 0.4 corrisponde ad un'ascissa di 1.28

$$P(Z<1.28)=P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<1.28\right)=0.5+0.3997=0.8997$$

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X:

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow X=\mu+Z\sigma=20+1.28\times 3=23.84$$

6)

In questo caso dobbiamo cercare il valore dell'ascissa che lascia a destra il 20% dei casi, ovvero a sinistra l'80% dei casi. Per utilizzare le tavole bisogna scomporre quest'area nel 50% (area a sinistra della media) a cui va aggiunto il restante 30% (area a partire dalla media). Bisogna quindi cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.3:

P(0 < Z < z)

	0.01	0.02	0.03	0.04
0.6	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389
0.7	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704
0.8	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995
0.9	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264

L'area più vicina a 0.3 corrisponde ad un'ascissa di 0.84

$$P(Z<0.84)=P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<0.84\right)=0.5+0.2995=0.7995$$

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X:

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow X=\mu+Z\sigma=20+0.84\times 3=22.25$$

7)

Data la simmetria della distribuzione normale la mediana è pari alla media (e ad ogni altro indice di tendenza centrale).

Per il calcolo del primo e terzo quartile si può cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.25:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
0.6	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517
0.7	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823
0.8	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106
0.9	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365

L'area più vicina a 0.25 corrisponde ad un'ascissa di 0.67

$$Z=\frac{Q_3-\mu}{\sigma}=-\frac{Q_1-\mu}{\sigma}\Rightarrow\begin{cases}Q_1=\mu-Z\sigma=20-0.67\times 3=17.99\\ Q_3=\mu+Z\sigma=20+0.67\times 3=22.01\end{cases}$$

ESERCIZIO 3.4

La statura delle reclute alla visita di leva segue una distribuzione normale con media 170 cm e scarto quadratico medio 10 cm. Si consideri una recluta scelta a caso; si è interessati a calcolare:

1. la probabilità che sia alto più di 190 cm
2. la probabilità che sia alto 190 cm o più di 190 cm
3. la probabilità che sia alto meno di 150 cm
4. la probabilità che sia alto tra 160 e 180 cm
5. la probabilità che sia alto meno di 160 cm o più di 180 cm

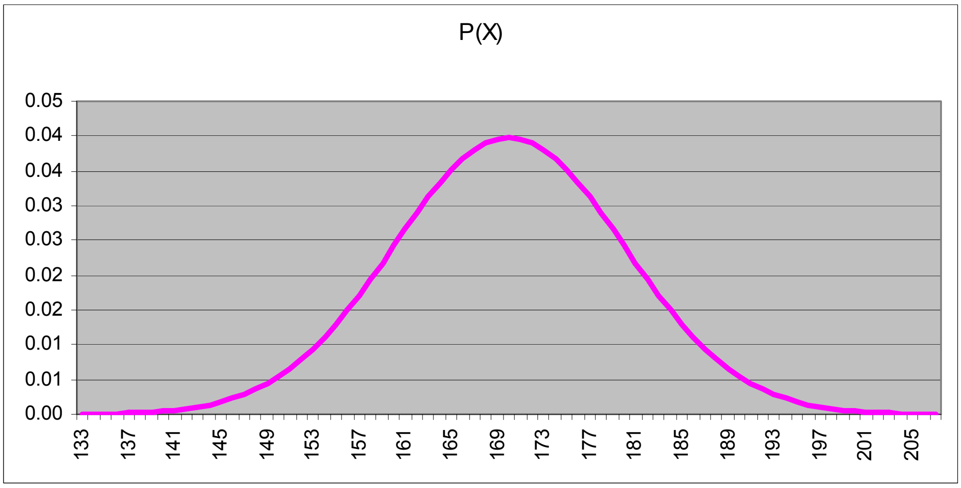
Si calcoli inoltre:

6. l'altezza mediana
7. il primo quartile
8. il terzo quartile
9. l'altezza in cm che è superata solo dal 10% delle reclute
10. l'altezza in cm che è superata dal 90% delle reclute

SVOLGIMENTO

X = altezza in cm reclute alla visita di leva

$X \sim N(170 \text{ km}, 10 \text{ km})$



1)

$$P(X>190)=P\left(Z>\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=P\left(Z>\frac{190-170}{10}\right)=P(Z>2)$$

P(0 < Z < z)

	0.00	**0.01**	**0.02**	**0.03**
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834

Area tra la media e il valore z

Per ricavare la probabilità di interesse dobbiamo sottrarre il valore trovato da 0.5:

$$P(X>190)=P(Z>2)=0.5-0.4772=0.0228$$

2)

$$P(X\geq 190)=P(X>190)+P(X=190)=0.0228+0=0.0228$$

3)

$$P(X<150)=P\left(Z<\frac{X-\mu}{\sigma}\right)=P\left(Z<\frac{150-170}{10}\right)=P(Z<-2)$$

Anche in questo caso, sfruttando la simmetria della distribuzione, cerchiamo sulla tabella l'area corrispondente all'ascissa 2:

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834

Area tra la media e il valore z

Dobbiamo sottrarre da 0.5 il valore trovato per avere l'area che ci interessa:

$$P(X<150)=P(Z<-2)=P(Z>2)=0.5-0.4772=0.0228$$

4)

$$P(160<X<180)=P\left(\frac{X_1-\mu}{\sigma}<Z<\frac{X_2-\mu}{\sigma}\right)=P\left(\frac{160-170}{10}<Z<\frac{180-170}{10}\right)=P(-1<Z<+1)$$

P(0 < Z < z)

	0.00	0.01	0.02	0.03
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708

Area tra la media e il valore z

$$P(160<X<180)=P(-1<Z<+1)=2\times P(0<Z<+1)=2\times 0.3413=0.6827$$

5)

La probabilità di interesse può essere calcolata sfruttando quanto calcolato al punto precedente:

$$P\left[(X<160)\cup(X>180)\right]=1-P(160<X<180)=1-P(-1<Z<+1)=1-0.6827=0.3173$$

6 – 8)

Data la simmestra della distribuzione normale la mediana è pari alla media (e ad ogni altro indice di tendenza centrale).

Per il calcolo del primo e terzo quartile si può cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.25:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
0.6	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517
0.7	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823
0.8	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106
0.9	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365

L'area più vicina a 0.25 corrisponde ad un'ascissa di 0.67

$$Z=\frac{Q_3-\mu}{\sigma}=-\frac{Q_1-\mu}{\sigma}\Rightarrow\begin{cases}Q_1=\mu-Z\sigma=170-0.67\times 10=163.3\\ Q_3=\mu+Z\sigma=170+0.67\times 10=176.7\end{cases}$$

9)

In questo caso dobbiamo cercare il valore dell'ascissa che lascia a destra il 10% dei casi, ovvero a sinistra il 90% dei casi. Per utilizzare le tavole bisogna scomporre quest'area nel 50% (area a sinistra della media) a cui va aggiunto il restante 40% (area a partire dalla media). Bisogna quindi cercare il valore dell'ascissa corrispondente ad un'area di 0.4:

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
1.0	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599
1.1	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810
1.2	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997
1.3	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162

L'area più vicina a 0.4 corrisponde ad un'ascissa di 1.28

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X:

$$P(Z<1.28)=P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<1.28\right)=0.5+0.3997=0.8997$$

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X:

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow X=\mu+Z\sigma=170+1.28\times 10=182.8$$

10)

In questo caso dobbiamo cercare il valore dell'ascissa che lascia a sinistra il 10% dei casi, ovvero a destra il 90% dei casi. Per utilizzare le tavole bisogna trovare l'ascissa corrispondente ad un'area di 0.4 a partire dalla media, ovvero lo stesso valore che si è cercato per il punto precedente.

P(0 < Z < z)

	0.05	0.06	0.07	0.08
1.0	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599
1.1	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810
1.2	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997
1.3	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162

L'area più vicina a 0.4 corrisponde ad un'ascissa di 1.28

Da questa possiamo ricavare il valore corrispondente della X, considerando questa volta il valore con il segno negativo:

$$-Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\Rightarrow X=\mu-Z\sigma=170-1.28\times 10=157.2$$