Università degli Studi di Cassino, Anno accademico 2004-2005
Corso di Statistica 2, Prof. M. Furno

Esercitazione del 08/03/2005
dott. Claudio Conversano

Esercizio 1

Il ministero dei trasporti è interessato ad ottenere una stima della media della velocità di percorrenza delle autovetture transitanti sul tratto Napoli-Roma dell'autostrada A1. Uno studio precedente indica che la distribuzione di tale carattere presenta una media di 130 km/h. ed uno scarto quadratico medio di 8 km/h. Si vuole ripetere l'indagine per verificare se la media della velocità di percorrenza abbia subito una variazione di 10 km/h (in aumento o diminuzione). a seguito dell'introduzione delle nuove norme sulla patente a punti. Quanto deve essere ampio il campione per stimare un intervallo di confidenza al livello $1 - \alpha = 0.95$?

SVOLGIMENTO

Si richiede la determinazione della numerosità campionaria *n* necessaria per costruire un intervallo di confidenza sulla media (con varianza nota) ad un livello di confidenza del 95%.
In questo caso $\alpha = 0.05$ ed $\alpha / 2 = 0.025$ e l'intervallo di confidenza ha ampiezza *A=20*.
Ricordando che :

$$2z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} \le A \Rightarrow \left(2\sigma z_{\alpha/2}\right)^2 \le nA \Rightarrow \frac{\left(2\sigma z_{\alpha/2}\right)^2}{A} \le n \Rightarrow \frac{\left(2\cdot 8\cdot 1.96\right)^2}{20} \le n \Rightarrow n > 49.17$$

La numerosità campionaria minima necessaria è *n =50*.

Esercizio 2

Una ditta produttrice di batterie per cellulari pubblicizza i propri prodotti garantendo una durata media di 18 ore con uno scarto quadratico medio di 0.5. Poiché ha ricevuto parecchi reclami da parte dei clienti che sostengono che la durata è inferiore, la ditta decide di effettuare una prova di durata su un campione di 10 batterie, ottenendo un tempo medio di accensione di 17.7 ore.

a) Sulla base di tale risultato come può la ditta verificare la validità della sua affermazione riguardante la durata media garantita.

b) Si calcoli inoltre il livello di significatività osservato (*valore p*) del test.

SVOLGIMENTO

a) Sulla base di tale risultato come può la ditta verificare la validità della sua affermazione riguardante la durata media garantita.

Si richiede di effettuare un test sulla media conoscendo la varianza del carattere osservato. Poiché dal campione risulta un valore medio inferiore a quello dichiarato le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \mu = 18 \qquad\qquad H_1 : \mu < 18$$

Si può supporre che il carattere osservato abbia una distribuzione normale con uno scarto quadratico medio $\sigma = 0.5$.

La statistica test da considerare è la seguente:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0,1)$$

che ha una distribuzione normale standard. Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\{z_i > -z_\alpha\}$; Regione di rifiuto: $\{z_i < -z_\alpha\}$.

Il test è a una coda; il valore critico per questo livello di significatività è $z_{0.05} = -1.645$.

La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a -1.645.

Dai dati a disposizione risulta:

$$n = 10; \qquad \overline{x} = 17.7; \qquad \mu = 18; \qquad \sigma = 0.5.$$

Il valore campionario della statistica test è: $z = \dfrac{17.7 - 18}{0.5/\sqrt{10}} = -1.896$

Al livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla viene rifiutata; viceversa per un livello di significatività del 1%, essendo $z_{0.01} = -2.33$, l'ipotesi nulla verrebbe accettata.

b) Si calcoli inoltre il livello di significatività osservato (*valore p*) del test.

In un test d'ipotesi, dopo aver effettuato il campionamento e calcolato il valore della statistica test, si dice ***P-value*** il più piccolo valore del livello di significatività a cui i dati campionari consentono di rifiutare l'ipotesi nulla.

Facendo riferimento al test sulla media con varianza nota[1], se z_0 è il valore campionario della statistica test, il p-value può essere determinato in base alle seguenti formule:

$$p-value=\begin{cases} 1-P(Z<z_0) & \text{per il test unilaterale con} \quad H_0:\mu=\mu_0 \quad H_1:\mu=\mu_1 \\ P(Z<z_0) & \text{per il test unilaterale con} \quad H_0:\mu=\mu_0 \quad H_1:\mu<\mu_1 \\ 2\left[1-P(Z<|z_0|)\right] & \text{per il test bilaterale con} \quad H_0:\mu=\mu_0 \quad H_1:\mu\neq\mu_1 \end{cases}$$

Nel caso in esame risulta: $z_0=-1.896$, per cui:

$$p-value=P(Z<z_0)=P(Z<-1.896)=1-P(Z>1.896)=1-0.97095=0.02905$$

[1] Le stesse considerazioni possono essere estese a tutti i tipi di test.

Esercizio 3
In una pasticceria le confezioni di cannoli siciliani realizzate quotidianamente pesano mediamente 750 grammi. Si effettua un controllo su un campione di 6 confezioni e si ottengono i seguenti pesi (in grammi):

747; 751.5; 752; 747.5; 747; 749

Stabilire se questi dati confermano con un livello di significatività del 5% l'affermazione che le confezioni di cannoli hanno un contenuto in media pari a quanto dichiarato.

SVOLGIMENTO

Si richiede di effettuare un test sulla media non conoscendo la varianza del carattere osservato.
Dai dati a disposizione risulta:

$$n = 6\,;\ \ \bar{x} = \frac{747 + 751.5 + 752 + 747.5 + 747 + 749}{6} = 749\,; \quad \mu = 750\,;$$

$$\tilde{s}^2 = \frac{1}{5}\left(747^2 + 751.5^2 + 752^2 + 747.5^2 + 747^2 + 749^2\right) - 749^2 = 5.1.$$

Poiché dal campione risulta un valore medio inferiore a quello dichiarato le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \mu = 750 \qquad\qquad H_1 : \mu < 750$$

Essendo la varianza della popolazione incognita la statistica test da considerare è la seguente:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\tilde{s}^2 / \sqrt{n}} \approx t_{(n-1)}$$

che ha una distribuzione *t* di Student con *n-1* gradi di libertà. Il livello di significatività è $\alpha = 0.05$ e le regioni di accettazione e di rifiuto sono:

Regione di accettazione: $\{t_i > -t_\alpha\}$; Regione di rifiuto: $\{t_i < -t_\alpha\}$.

Il test è a una coda; il valore critico per questo livello di significatività è $t_{0.05} = -2.015$.
La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a -2.015.

Il valore campionario della statistica test è: $t = \dfrac{749 - 750}{\sqrt{5.1}/\sqrt{6}} = -1.08$

Al livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla viene accettata, per cui si può affermare che non c'è un'evidenza significativa, al livello del 5%, che le confezioni di cannoli pesano meno di 750 grammi.

Esercizio 4

Un istituto di ricerca ha effettuato nel 2003 un sondaggio il cui obiettivo era valutare il livello di integrazione sociale nelle scuole elementari dei bambini figli di immigrati, in quanto si supponeva che i bambini italiani avessero dei pregiudizi nei confronti dei loro coetanei figli di immigrati. Il sondaggio rivelò che il 70% dei bambini italiani aveva effettivamente tali pregiudizi. Nel gennaio 2005 è stato effettuato, su un campione di bambini italiani iscritti alla scuola elementare, un'indagine tendente ad accertare se i pregiudizi nei confronti dei bambini figli di immigrati fossero diminuiti. I risultati hanno rivelato che 24 bambini su 50 mostrano ancora pregiudizi. Sulla base di tale risultato, è lecito affermare che i pregiudizi sono diminuiti?

SVOLGIMENTO

Si richiede di effettuare un test sulla proporzione di successi del carattere osservato. Poiché dal campione risulta un proporzione di successi inferiore a quella ipotizzata le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \frac{X}{N} = 0.7 \qquad\qquad H_1 : \frac{X}{N} < 0.7$$

La proporzione di successi $\frac{X}{N}$ si distribuisce come una v.c. di Bernoulli. La dimensione del campione consente di approssimare la distribuzione binomiale delle *n* prove indipendenti alla distribuzione normale.

La statistica test da considerare è la seguente:

$$Z = \frac{\frac{X}{n} - \frac{X}{N}}{\sqrt{\frac{X/N\left(1 - X/N\right)}{n}}} \approx N\left(0,1\right)$$

che ha una distribuzione normale standard. Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\left\{z_i > -z_\alpha\right\}$; Regione di rifiuto: $\left\{z_i < -z_\alpha\right\}$.

Il test è a una coda; il valore critico per questo livello di significatività è $z_{0.05} = -1.645$.

La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a -1.645.

Dai dati a disposizione risulta:

$$n = 50\,; \qquad X/n = 24/50 = 0.48\,; \quad X/N = 0.70\,.$$

Il valore campionario della statistica test è: $z = \dfrac{0.48 - 0.7}{\sqrt{\dfrac{0.7 \cdot 0.3}{50}}} = -3.39$

Al livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla viene rifiutata; anche per un livello di significatività del 1%, essendo $z_{0.01} = -2.33$, l'ipotesi nulla verrebbe rifiutata.

Esercizio 5

In un sondaggio effettuato per studiare la disoccupazione nel sud Italia vi è il sospetto che i comuni in cui il tasso di disoccupazione è più basso siano sovra-rappresentati. Infatti, il sondaggio effettuato su 120 comuni ha fornito un tasso di disoccupazione medio del 10.8%, mentre i dati del Ministero del Lavoro indicano che il tasso di disoccupazione medio di tutti i comuni del sud Italia è pari all'11.5%, con uno scarto quadratico medio del 4.5%. Si vuole verificare se i 120 comuni considerati possano essere considerati un campione casuale di tutti i comuni del sud Italia oppure rappresentano un campione estratto da una sottopopolazione che ha un diverso tasso di disoccupazione.

SVOLGIMENTO

Si richiede di effettuare un test sulla media conoscendo la varianza del carattere osservato. Poiché dal campione risulta un valore medio diverso da quello dichiarato, le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \mu = 11.5 \qquad H_1 : \mu \neq 11.5$$

Essendo la dimensione del campione elevata (*n=120*), si può supporre che il carattere osservato abbia una distribuzione normale con uno scarto quadratico medio $\sigma = 4.5$.
La statistica test da considerare è la seguente:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx N(0,1)$$

che ha una distribuzione normale standard.
Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.01$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\left\{-z_{\alpha/2} < z_i < z_{1-\alpha/2}\right\}$; Regione di rifiuto: $\left\{z_i < -z_{\alpha/2}\right\} \cup \left\{z_i > z_{1-\alpha/2}\right\}$.

Il test è a due code; i valori critici per questo livello di significatività sono $z_{0.005} = -2.58$ e $z_{0.995} = 2.58$.
La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a -2.58 o superiore a 2.58.
Dai dati a disposizione risulta:

$$n = 120; \qquad \overline{x} = 10.8; \qquad \mu = 11.5; \qquad \sigma = 4.5.$$

Il valore campionario della statistica test è: $z = \frac{10.8 - 11.5}{4.5/\sqrt{120}} = -1.70$

Al livello di significatività del 1% l'ipotesi nulla viene accettata, concludendo che i 120 comuni considerati rappresentano un campione estratto da una sottopopolazione che ha lo stesso tasso di disoccupazione dei comuni del sud Italia.

Esercizio 6
In 60 lanci di un dado si è presentato 42 volte un numero pari. Si può ritenere, al livello di significatività dell'1%, che il dado è truccato?

SVOLGIMENTO

Si richiede di effettuare un test sulla proporzione di successi del carattere osservato. Poiché dal campione risulta un proporzione di successi diversa da quella ipotizzata le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \frac{X}{N} = 0.5 \qquad H_1 : \frac{X}{N} \neq 0.5$$

La proporzione di successi $\frac{X}{N}$ si distribuisce come una v.c. di Bernoulli. La dimensione del campione consente di approssimare la distribuzione binomiale delle *n* prove indipendenti alla distribuzione normale.
La statistica test da considerare è la seguente:

$$Z = \frac{\frac{X}{n} - \frac{X}{N}}{\sqrt{\frac{X/N\left(1 - X/N\right)}{n}}} \approx N\left(0,1\right)$$

che ha una distribuzione normale standard. Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.01$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\left\{-z_{\alpha/2} < z_i < z_{1-\alpha/2}\right\}$; Regione di rifiuto: $\left\{z_i < -z_{\alpha/2}\right\} \cup \left\{z_i > z_{1-\alpha/2}\right\}$.

Il test è a due code; i valori critici per questo livello di significatività sono $z_{0.005} = -2.58$ e $z_{0.995} = 2.58$.
La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a -2.58 o superiore a 2.58.

Dai dati a disposizione risulta:

$$n = 60; \qquad X/n = 42/60 = 0.7; \quad X/N = 0.5.$$

Il valore campionario della statistica test è: $z = \frac{0.7 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{60}}} = 3.10$

Al livello di significatività del 1% l'ipotesi nulla viene rifiutata per cui è lecito supporre che il dado sia truccato.

Esercizio 7

Al fine di verificare le spese trimestrali per la tenuta di c/c bancari, la Banca d'Italia esamina le spese di tenuta conto praticate da 8 banche italiane riscontrando una spesa trimestrale media di 32 Euro con una varianza campionaria pari a 1.8.

Allo stesso tempo, procede ad effettuare lo stesso tipo di rilevazione presso 10 banche straniere operanti in Italia, rilevando una spesa trimestrale media di 32.9 Euro con una varianza campionaria pari a 1.7.

Si vuole verificare se le spese trimestrali medie di tenuta conto sono le stesse presso i due tipi di banche.

SVOLGIMENTO

Si richiede di effettuare un test sulla differenza tra medie non conoscendo le varianze del carattere osservato nelle due popolazioni. In tal caso, per poter effettuare il test, è necessario ipotizzare che le due varianze siano uguali $\left(\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2\right)$.

Le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad\qquad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

Per poter effettuare il test bisogna anche ipotizzare che il carattere osservato abbia una distribuzione normale presso le due popolazioni.

La statistica test da considerare è la seguente:

$$T = \frac{\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2\right) - \left(\mu_1 - \mu_2\right)}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \approx t_{(n_1+n_2-2)}$$

che ha una distribuzione *t* di Student con n_1+n_2-2.

Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\left\{-t_{\alpha/2} < t_i < t_{1-\alpha/2}\right\}$; Regione di rifiuto: $\left\{t_i < -t_{\alpha/2}\right\} \cup \left\{t_i > t_{1-\alpha/2}\right\}$.

Dai dati a disposizione risulta:

$$n_1 = 8; \qquad n_2 = 10; \qquad \overline{x}_1 = 32; \qquad \overline{x}_2 = 32.9; \qquad s_1^2 = 1.8 \qquad s_2^2 = 1.7.$$

Il test è a due code; i valori critici della distribuzione *t* di Studente per questo livello di significatività sono $t_{0.025} = -2.12$ e $t_{0.975} = 2.12$.

La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a -2.12 o superiore a 2.12.

Il valore campionario della statistica test è: $t = \frac{32 - 32.9}{\sqrt{\frac{8(1.8)+10(1.7)}{8+10-2}\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)}} = -1.35$

Al livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla viene accettata, concludendo che le spese trimestrali medie di tenuta conto sono le stesse presso i due tipi di banche.

Esercizio 8
Il direttore di un hotel ha deciso di includere nella tariffa giornaliera anche i costi relativi al pranzo, prevedendo che la loro distribuzione abbia una variabilità stabilità corrispondente ad una varianza pari a 4. Per verificare se le spese derivanti dalle consumazioni dei clienti sono conformi a quanto stabilito dalla direzione dell'hotel rileva le spese giornaliere in Euro per il pranzo sostenute per 8 clienti:

34; 36; 35; 38; 38; 39; 32; 35.

Sulla base di questi dati, può affermare che la variabilità di queste spese è conforme a quanto previsto?

SVOLGIMENTO

Si richiede di effettuare un test sulla varianza. Poiché dal campione risulta una varianza diversa da quella dichiarata, le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \sigma^2 = 4 \qquad\qquad H_1 : \sigma^2 \neq 4$$

La statistica test da considerare è la seguente:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)\tilde{s}^2}{\sigma^2} \approx \chi^2_{n-1}$$

che ha una distribuzione chi-quadro con *n-1* gradi di libertà.
Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\left\{\chi^2_{1-\alpha/2} < \chi^2 < \chi^2_{\alpha/2}\right\}$; Regione di rifiuto: $\left\{\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha/2}\right\} \cup \left\{\chi^2 > \chi^2_{\alpha/2}\right\}$.

Dai dati a disposizione risulta:

$$n-1 = 8-1 = 7\,; \qquad \tilde{s}^2 = \frac{1}{8-1}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 = 5.55\,; \qquad \sigma^2 = 4\,.$$

Il test è a due code; i valori critici per questo livello di significatività sono $\chi^2_{0.975,7} = 1.69$ e $\chi^2_{0.025,7} = 16.013$. La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è inferiore a 1.69 o superiore a 16.013.

Il valore campionario della statistica test è: $\chi^2 = \dfrac{7 \cdot 5.55}{4} = 9.71$

Al livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla viene accettata, concludendo che la variabilità delle spese per le consumazioni dei clienti è conforme a quanto previsto.

Esercizio 9

In un certo ufficio postale è possibile effettuare Raccomandate A/R presso due sportelli attigui, (A e B). Si suppone che la durata di tale operazione sia di 80 secondi.
Da un controllo effettuato su un campione casuale di 11 utenti presentatisi allo sportello A e su un campione di 16 utenti presentatisi allo sportello B, è risultato che la varianza campionaria corretta della durata delle operazioni di invio di una Raccomandata A/R è uguale a 0.40 secondi nel caso dello sportello A, e a 0.35 secondi nel caso dello sportello B.

a) Determinare l' intervallo di confidenza al 90 % per il rapporto tra le varianze delle durate delle operazioni di invio Raccomandata A/R relative ai due sportelli postali, ipotizzando che le due popolazioni da cui provengono i campioni abbiano distribuzioni normali.
b) Si può sostenere che la variabilità della durata delle operazioni di invio Raccomandata A/R sia la stessa presso i due sportelli?

SVOLGIMENTO

a) Determinare l' intervallo di confidenza al 90 % per il rapporto tra le varianze delle durate delle operazioni di invio Raccomandata A/R relative ai due sportelli postali, ipotizzando che le due popolazioni da cui provengono i campioni abbiano distribuzioni normali.

Si richiede di costruire l'intervallo di confidenza per il rapporto tra varianze $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ relative al carattere X "durata delle operazioni di invio di una raccomandata A/R" rilevato presso due popolazioni (quella degli utenti dello sportello A e quella degli utenti dello sportello B).
Se le due varianze sono uguali, il loro rapporto sarà uguale a 1. Di solito però non si conoscono le varianze delle popolazioni considerate, per cui il confronto avviene in base alle varianze campionarie (il rapporto tra varianze campionarie viene utilizzato per stimare il rapporto tra varianze della popolazione).
In particolare, la statistica:

$F = \frac{\tilde{S}_1^2/\sigma_1^2}{\tilde{S}_2^2/\sigma_2^2}$ ha una distribuzione F di Fisher con gradi di libertà $g_1 = n_1 - 1$ e $g_2 = n_2 - 1$. E' possibile quindi determinare gli estremi di un intervallo in cui verrà a trovarsi il rapporto $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ con probabilità $1-\alpha$. E' possibile definire la seguente probabilità[2]:

$$P\left(F_{1-\alpha/2;g_1,g_2} \le \frac{\tilde{S}_1^2/\sigma_1^2}{\tilde{S}_2^2/\sigma_2^2} \le F_{\alpha/2;g_1,g_2} \right) =$$

$$= P\left(\frac{\tilde{S}_2^2}{\tilde{S}_1^2} F_{1-\alpha/2;g_1,g_2} \le \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \le \frac{\tilde{S}_2^2}{\tilde{S}_1^2} F_{\alpha/2;g_1,g_2} \right) = P\left(\frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2} \frac{1}{F_{\alpha/2;g_1,g_2}} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{\tilde{S}_1^2}{\tilde{S}_2^2} \frac{1}{F_{1-\alpha/2;g_2,g_1}} \right) = 1-\alpha$$

Dai dati a disposizione risulta:

$n_1 - 1 = 11 - 1 = 10$; $n_2 - 1 = 16 - 1 = 15$; $\tilde{s}_1^2 = 0.40$; $\tilde{s}_2^2 = 0.35$

Poiché $1 - \alpha = 0.90$ si avrà $\alpha/2 = 0.05$. La probabilità di cui sopra può essere riscritta nel seguente modo:

---

[2] Ricordiamo che per la v.c. F di Fisher vale la seguente relazione inversa: $F_{1-\alpha/2;g_1,g_2} = \frac{1}{F_{\alpha/2;g_2,g_1}}$

$$P\left(\frac{0.40}{0.35}\frac{1}{F_{0.05;10,15}} \le \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} \le \frac{0.40}{0.35}\frac{1}{F_{0.95;15,10}}\right) = 0.90$$ [3]

L'intervallo di confidenza per $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ al 90% risulta pari a:

$$\left[\frac{0.40}{0.35}\frac{1}{2.55}, \frac{0.40}{0.35}\frac{1}{0.35}\right] = \left[0.44, 3.27\right].$$

b) Si può sostenere che la variabilità delle operazioni di invio Raccomandata A/R sia la stessa presso i due sportelli?

Si richiede di effettuare un test per verificare se le varianze delle due popolazioni sono uguali.
Le ipotesi da sottoporre a verifica sono le seguenti:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \qquad\qquad H_1 : \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$$

La statistica test da considerare è la seguente:

$$F = \frac{\tilde{s}_1^2}{\tilde{s}_2^2} \approx F_{n_1-1, n_2-1}$$

che ha una distribuzione F di Fisher con gradi di libertà $g_1 = n_1 - 1$ e $g_2 = n_2 - 1$.
Fissato un livello di significatività $\alpha = 0.05$ è possibile determinare le regioni di accettazione e di rifiuto:

Regione di accettazione: $\left\{F_{1-\alpha/2;(n_1-1,n_2-1)} < F < F_{\alpha/2;(n_1-1,n_2-1)}\right\}$;
Regione di rifiuto: $\left\{F < F_{1-\alpha/2;(n_1-1,n_2-1)}\right\} \cup \left\{F > F_{\alpha/2;(n_1-1,n_2-1)}\right\}$.

Dai dati a disposizione risulta:
$n_1 - 1 = 11 - 1 = 10$; $\quad n_2 - 1 = 16 - 1 = 15$; $\quad \tilde{s}_1^2 = 0.40$; $\quad \tilde{s}_2^2 = 0.35$

Il test è a due code; i valori critico per questo livello di significatività sono $F_{0.025;(10,15)} = 1.45$ e $F_{0.975;(9,14)} = \frac{1}{F_{0.025;(15,10)}} = \frac{1}{1.53} = 0.65$.
La regola di decisione consiste nel rifiutare l'ipotesi nulla se il valore campionario della statistica test è superiore a 1.45 o inferiore a 0.65.

Il valore campionario della statistica test è: $F = \frac{0.40}{0.35} = 1.14$

Al livello di significatività del 5% l'ipotesi nulla viene accettata, concludendo che la variabilità della durata delle operazioni di invio Raccomandata A/R è la stessa presso i due sportelli.

---

[3] $F_{0.95;15,10} = \frac{1}{F_{0.05;10,15}} = \frac{1}{2.84} = 0.35$