Università degli Studi di Cassino, Anno accademico 2004-2005
Corso di Statistica 2, Prof. M. Furno

Esercitazione del 18/1/2005
Dott. Claudio Conversano

SOLUZIONI ESERCIZI DA SVOLGERE A CASA

Esercizio 1
Si supponga che in una classe di 100 studenti ci sono 4 gruppi nelle seguenti proporzioni:

Diploma	Corso	
	Economia e Commercio	Economia Aziendale
Tecnico Commerciale	17%	38%
Altro	23%	22%

Se il rappresentante della classe viene estratto a caso, con quale probabilità:
a) è uno studente di Economia e Commercio
b) ha un diploma tecnico-commerciale
c) è uno studente di Economia e Commercio o ha un diploma tecnico-commerciale
d) se il presidente è uno studente di Economia e Commercio, con quale probabilità ha un diploma tecnico-commerciale?

SVOLGIMENTO

A partire dalla tabella è possibile definire i seguenti eventi:

T = "lo studente ha conseguito una maturità tecnico-commerciale"
A = "lo studente ha conseguito una maturità diversa da quella tecnico-commerciale"
E_C = "lo studente è iscritto al corso di laurea in Economia e Commercio"
E_A = "lo studente è iscritto al corso di laurea in Economia Aziendale"

e le seguenti probabilità:

$$P(T \cap E_C) = 0.17; \quad P(A \cap E_C) = 0.23; \quad P(T \cap E_A) = 0.38; \quad P(A \cap E_A) = 0.22.$$

a) "uno studente di Economia e Commercio"

La probabilità richiesta corrisponde alla frequenza marginale della prima colonna della tabella. Essa è data dall'unione dei due eventi incompatibili $(T \cap E_C)$ e $(A \cap E_C)$:

$$P\left[(T \cap E_C) \cup (A \cap E_C)\right] = 0.17 + 0.23 = 0.40;$$

b) "lo studente ha un diploma tecnico-commerciale "

La probabilità richiesta corrisponde alla frequenza marginale della prima riga della tabella. Essa è data dall'unione dei due eventi incompatibili $(T \cap E_C)$ e $(T \cap E_A)$:

$$P\left[(T \cap E_C) \cup (T \cap E_A)\right] = 0.17 + 0.38 = 0.55$$

c) "lo studente è di Economia e Commercio o ha un diploma tecnico-commerciale"

La probabilità richiesta è data dall'unione dei due eventi compatibili E_C e T :

$$P(E_C \cup T) = P(E_C) + P(T) - P(E_C \cap T) = 0.40 + 0.55 - 0.17 = 0.78$$

d) "se il presidente è uno studente di Economia e Commercio, con quale probabilità ha un diploma tecnico-commerciale?"

La probabilità richiesta è data dalla probabilità che si verifichi l'evento T dato che si è verificato l'evento E_C (i due eventi sono indipendenti):

$$P(T \mid E_C) = \frac{P(E_C \cap T)}{P(E_C)} = \frac{0.17}{0.40} = 0.425$$

Esercizio 2

Una società farmaceutica svolge un'indagine per valutare se esiste dipendenza tra la presenza di una certa malattia e la somministrazione di un certo farmaco. A tal fine contatta 80 pazienti, la metà dei quali ha contratto la malattia. Dall'indagine risulta che dei 50 pazienti a cui è stato somministrato il farmaco solo 20 non hanno contratto la malattia. Calcolare:

a) la probabilità che un paziente non abbia assunto il farmaco.

b) La probabilità che un paziente a cui non è stato somministrato il farmaco abbia contratto la malattia.

c) La probabilità che un paziente che non ha assunto il farmaco non abbia contratto la malattia.

SVOLGIMENTO

Si definiscono gli eventi:
F = "al paziente è stato somministrato il farmaco"
M = "il paziente ha contratto la malattia"

I dati possono essere rappresentati nella tabella seguente, tenendo conto, come risulta dal testo dell'esercizio, che il numero complessivo di pazienti è pari a 80 e di essi 40 hanno contratto la malattia. Il numero di pazienti a cui è stato somministrato il farmaco è 50. Di questi ultimi 20 non hanno contratto la malattia.

	F	$\bar{F}$	Totale
M			40
$\bar{M}$	20		
Totale	50		80

La tabella può essere completata calcolando le quantità mancanti:

	F	$\bar{F}$	Totale
M	**30**	**10**	40
$\bar{M}$	20	**20**	**40**
Totale	50	**30**	80

a) la probabilità che un paziente non abbia assunto il farmaco.

La probabilità richiesta è:

$$P(\bar{F}) = \frac{30}{80} = 0.375$$

b) La probabilità che un paziente a cui non è stato somministrato il farmaco abbia contratto la malattia.

Bisogna calcolare la probabilità dell'evento $(M \mid \bar{F})$ (gli eventi sono da considerarsi dipendenti):

$$P(M \mid \bar{F}) = \frac{P(M \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{10/80}{30/80} = \frac{10}{30} = 0.33$$

c) La probabilità che un paziente che non ha assunto il farmaco non abbia contratto la malattia.

Bisogna calcolare la probabilità dell'evento $\left(\bar{M} \mid \bar{F}\right)$ (gli eventi sono da considerarsi dipendenti):

$$P\left(\bar{M} \mid \bar{F}\right) = \frac{P\left(\bar{M} \cap \bar{F}\right)}{P\left(\bar{F}\right)} = \frac{20/80}{30/80} = \frac{20}{30} = 0.6\overline{6}$$