



Esercizio 1

La quantità di grassi contenuta in una linea di biscotti prodotti dalla ditta XYZ si distribuisce Normalmente con media pari a 400 mg e scarto quadratico medio pari a 15 mg. La ditta decide che verranno inseriti nelle confezioni destinate alla vendita del Biscotto A solo i biscotti che contengono una quantità di grassi compresa tra 365 e 420 mg. I biscotti con grassi al di sotto della soglia verranno commercializzati come Biscotto B, quelli al di sopra della soglia come Biscotto C. Considerando la produzione di una giornata tipica, quanti saranno (in percentuale) i biscotti destinati alla linea A, quanti quelli destinati alla linea B e quanti alla linea C?

Esercizio 2

Supponiamo che un certo modello di computer portatile sia composto di due pezzi assemblati, la base e lo schermo. Il peso complessivo può essere ipotizzato seguire una distribuzione Normale con media $\mu=2370$ grammi e scarto quadratico medio $\sigma=85.7$ grammi. La casa produttrice stabilisce che dovranno essere dichiarati “fuori qualità” i notebook con peso superiore a 2,5 kg.

1. Quale sarà la percentuale di notebook che presumibilmente sarà dichiarata “fuori qualità”?
2. Quale sarà il peso oltre il quale è compreso il 15% dei pezzi assemblati?

Esercizio 3

Il punteggio ai test di statistica è 1, 2, ..., 10 a seconda del numero di risposte corrette che si danno a 10 domande. Il punteggio medio che si è raggiunto è 6,7 e la deviazione standard è 1,2. Se si suppone che i punteggi siano normalmente distribuiti, determinare il voto massimo del 10% dei peggiori della classe.

Esercizio 4

Un certo prodotto si ottiene dall’assemblaggio di tre componenti. Il peso complessivo del prodotto, Y , è uguale alla somma dei pesi X_1 , X_2 e X_3 dei suoi componenti. Data la variabilità del processo, si può assumere che: $X_1 \sim N(2; 0, 01)$, $X_2 \sim N(4; 0, 02)$, $X_3 \sim N(3; 0, 02)$.

Determinare la probabilità che il peso del singolo pezzo prodotto soddisfi lo standard qualitativo prefissato: $9 \pm 0,25$. Si calcoli inoltre la probabilità che su 5 pezzi estratti a caso dal processo produttivo, almeno 2 soddisfino tale standard.

Esercizio 5

Siano X e Y due variabili casuali. La distribuzione di probabilità congiunta delle due variabili è la seguente.

		X		
		0	1	2
Y	0	0,2	0,1	0,1
	1	0,3	0,3	0,0

- a) Le due variabili sono indipendenti?
- b) Calcolare il valore atteso di X e di Y .
- c) Calcolare il valore atteso della variabile somma $X+Y$
- d) Calcolare il valore atteso della variabile prodotto XY .



Soluzioni

Esercizio 1

$$X \sim N(400, 15)$$

P(biscotto = Linea_A)

$$P(365 \leq X \leq 420) = P(-2,33 \leq Z \leq 1,33) = P(0 \leq Z \leq 2,33) + P(0 \leq Z \leq 1,33) = 0,49 + 0,41 = 0,9$$

P(biscotto = Linea_B)

$$P(X \leq 365) = P(Z \leq -2,33) = 0,5 - P(0 \leq Z \leq 2,33) = 0,5 - 0,49 = 0,01$$

P(biscotto = Linea_C)

$$P(X \geq 420) = P(Z \geq 1,33) = 0,5 - P(0 \leq Z \leq 1,33) = 0,5 - 0,41 = 0,09$$

Il 90% dei biscotti prodotti saranno destinati alla linea A, l' 1% alla linea B ed il restante alla linea C.

Esercizio 2

$$X \sim N(2,37 \text{ Kg}, 0,0857 \text{ Kg})$$

$$1. P(X \geq 2,5) = P(Z \geq 1,52) = 0,5 - P(0 \leq Z \leq 1,52) = 0,5 - 0,4375 = 0,06$$

$$2. P(X \geq x) = 0,15 \rightarrow P(Z \geq z) = 0,15 \rightarrow P(0 \leq Z \leq z) = 0,35 \rightarrow z = 1,04$$

$$z = \frac{x - 2,37}{0,0857} = 1,04 \rightarrow x = 2,4$$

Il 15% dei pezzi assemblati avrà un peso superiore ai 2,46 kg

Esercizio 3

$$X \sim N(6,7, 1,2)$$

$$P(X \leq x) = P(Z \leq -z) = 0,10 \rightarrow z = -1,28 \rightarrow z = \frac{x - 6,7}{1,2} = -1,28 \rightarrow x = 5$$

Esercizio 4

$$X_1 \sim N(2; 0, 01), X_2 \sim N(4; 0, 02), X_3 \sim N(3; 0, 02) \quad Y = X_1 + X_2 + X_3$$

$$Y \sim N(9; 0,05)$$

$$1. P(9 - 0,25 < Y < 9 + 0,25) = P(-1,1 < Z < 1,1) = 2 * P(0 < Z < 1,1) = 0,73$$

$$2. X \sim B(0,73 * 5; 0,73 * 5 * (1 - 0,73))$$

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] = 1 - [0,001435 + 0,019398] = 0,98$$

Esercizio 5

a) Le v.c. X e Y non sono indipendenti poiché non vale $P(x,y) = P(x)P(y)$

$$b) E(X) = 0 * 0,05 + 1 * 0,3 + 2 * 0,1 = 0,6 \quad E(Y) = 0 * 0,4 + 1 * 0,6 = 0,6$$

$$c) E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 0,6 + 0,6 = 1,2$$

$$d) E(XY) = 0 * 0,2 + 0 * 0,1 + 0 * 0,1 + 0 * 0,3 + 1 * 0,3 + 2 * 0,0 = 0,3$$