



Università degli Studi di Cassino

Corso di Statistica

Anno accademico 2009/2010

Esercitazioni: v.c. geometrica, v.c. ipergeometrica, v.c. poisson.

### Esercizio 1

Determinare la probabilità che in lanci successivi di un dado non truccato il 3 si verifichi per la prima volta al quinto lancio.

### Esercizio 2

Un'urna contiene 4 palline rosse e 6 blu. Si scelga una pallina, la si osservi ma non la si rimetta nell'urna. Determinare la probabilità di ottenere in questo modo 3 palline blu in 5 estrazioni.

### Esercizio 3

Per assemblare un sistema si prendono a caso 6 componenti da una cassa contenente 20 componenti usati. Il sistema montato funziona solo se tra i 6 componenti impiegati, quelli guasti non sono più di 2. Se nella cassa vi erano 15 componenti efficienti e 5 guasti, qual è la probabilità che il sistema funzioni?

### Esercizio 4

Da informazioni fornite dalla società "Autostrade" risulta che, durante i fine settimana, si verificano 8 incidenti automobilistici mortali ogni ora. Assumendo che tali incidenti avvengano indipendentemente gli uni dagli altri, calcolare la probabilità:

- che trascorra un'ora senza incidenti;
- che trascorrono 15 minuti con un solo incidente;
- che trascorrono quattro intervalli consecutivi di 15 minuti con un solo incidente in ciascuno di essi;
- che si abbiano 4 incidenti in un ora.

### Esercizio 5

Un esercizio commerciale riceve in media 1,2 telefonate al minuto. Attualmente il negozio dispone di un'unica linea telefonica:

- calcolare il tasso medio di chiamate ricevute in 10 minuti;
- calcolare la probabilità che in 5 minuti il negozio riceva almeno una telefonata.



## Soluzioni

### Esercizio 1

Si utilizza la v.c. geometrica come modello per il numero di prove necessarie ad ottenere il primo successo in uno schema binomiale.

$$P(X = n) = (1 - p)^{n-1} p \quad n = 1, 2, \dots$$

$$p = 1/6 \quad n = 5$$

$$P(X = 5) = \left(\frac{1}{6}\right) \left(1 - \frac{1}{6}\right)^4 = \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{7776} = 0,080$$

### Esercizio 2

Si utilizza la v.c. ipergeometrica come modello per il numero di successi in n prove nel caso di estrazione senza ripetizione.

$$P(X = i) = \frac{\binom{m}{i} \binom{N-m}{n-i}}{\binom{N}{n}}$$

$$m = 6 \quad n = 5 \quad N = 10$$

$$P(X = 3) = \frac{\binom{6}{3} \binom{10-6}{5-3}}{\binom{10}{5}} = \frac{\binom{6}{3} \binom{4}{2}}{\binom{10}{5}}$$

### Esercizio 3

Si utilizza la v.c. ipergeometrica come modello per il numero di successi in n prove nel caso di estrazione senza ripetizione.

$$m = 15 \quad n = 6 \quad N = 20$$

$$P(X \geq 4) = \sum_{i=4}^6 P(x = i)$$
$$= \frac{\binom{15}{4} \binom{5}{2}}{\binom{20}{6}} + \frac{\binom{15}{5} \binom{5}{1}}{\binom{20}{6}} + \frac{\binom{15}{6} \binom{5}{0}}{\binom{20}{6}} \approx 0.8687$$



#### Esercizio 4

Punto a)

$$\lambda=8$$

$$P(X=0) = \frac{8^0 \cdot e^{-8}}{0!} = \frac{1}{2,7^8} = 0,0003$$

Punto b)

$$\lambda=2$$

$$P(X=1) = \frac{2^1 \cdot e^{-2}}{1!} = \frac{2}{2,7^2} = 0,2743$$

Punto c)

$$\lambda=2$$

$$P(X=1) = \frac{2^1 \cdot e^{-2}}{1!} = \frac{2}{2,7^2} = 0,2743$$

$$P(X_1=1 \text{ e } X_2=1 \text{ e } X_3=1 \text{ e } X_4=1) = 0,2743 \cdot 0,2743 \cdot 0,2743 \cdot 0,2743 = 0,0057$$

Punto d)

$$\lambda=8$$

$$P(X=4) = \frac{8^4 \cdot e^{-8}}{4!} = 0,0604$$

#### Esercizio 5

a) tasso medio di chiamate in 10 minuti =  $\lambda \cdot t \rightarrow 1,2 \cdot 10 = 12$

b)  $\lambda = 5 \cdot 1,2 = 6$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{6^0 \cdot e^{-6}}{0!} = 1 - 0,002 = 0,998$$