



Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

Esercitazione 10

Statistica

Alfonso Iodice D'Enza
iodicede@unina.it

Università degli studi di Cassino



Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

- 1 Variabile casuale binomiale negativa
 - Andamento Binomiale Negativa



Outline

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

1 Variabile casuale binomiale negativa

- Andamento Binomiale Negativa

2 Variabile Casuale di Poisson

- Andamento v.c. di Poisson
- Esercizio 1
- Esercizio 2

Variabile casuale Binomiale Negativa

La variabile casuale che modella il numero di prove, secondo lo schema successo-insuccesso della v.c. di Bernoulli. In particolare X rappresenta il numero di prove necessarie per ottenere k successi, laddove la probabilità di successo nella singola prova è p . La funzione di massa di probabilità è dunque

$$P(X = x) = \binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k} \quad \forall x = k, k+1, \dots$$

La funzione di probabilità della binomiale negativa è data dal prodotto tra la probabilità p associata al k -mo successo (nella X -ma prova) per la probabilità di aver ottenuto $k-1$ successi nelle $x-1$ prove precedenti. La probabilità di ottenere $k-1$ successi in $x-1$ prove si calcola con una v.c. binomiale di parametri $((x-1), p)$. Formalmente

$$\begin{aligned} P(X = x) &= p \times \underbrace{\binom{x-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{(x-1)-(k-1)}}_{Bin(x-1,p)} = \\ &= \binom{x-1}{k-1} p \times p^{k-1} (1-p)^{(x-1-k+1)} = \\ &= \underbrace{\binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}}_{negBin(k,p)} \end{aligned}$$





Variabile casuale Binomiale Negativa

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

- il **valore atteso** della distribuzione Binomiale Negativa è

$$E(X) = k \frac{1}{p}$$

- la **varianza** della distribuzione Binomiale Negativa è

$$\text{var}(X) = k \frac{1-p}{p^2}$$

- la **asimmetria** della distribuzione Binomiale Negativa è

$$\text{asymm}(X) = \frac{2-p}{\sqrt{k(1-p)}}$$

- la **curtorsi** della distribuzione Binomiale Negativa è

$$\text{kurt}(X) = 3 + \frac{6}{k} + \frac{p^2}{k(1-p)}$$



Variabile casuale Binomiale Negativa

Esercitazione
10

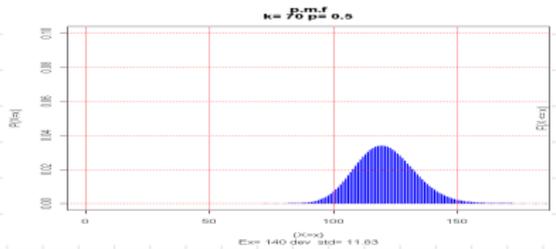
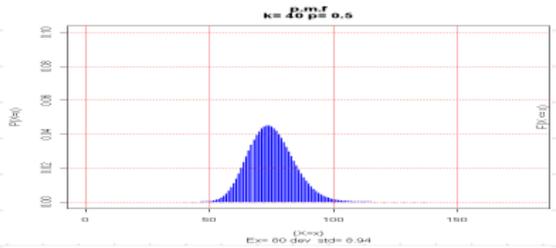
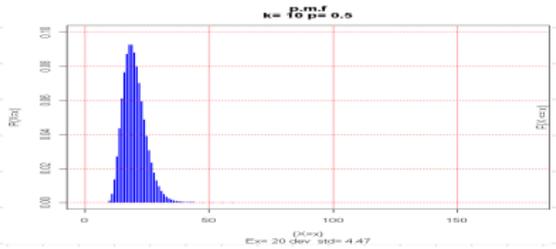
A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2





Variabile Casuale di Poisson

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

Una v.c. X che rappresenta il numero di volte che si verifica un determinato evento in un intervallo spazio/temporale si definisce di Poisson se la corrispondente funzione di massa di probabilità è

$$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

dove e rappresenta la base del logaritmo naturale e λ è il parametro della distribuzione e rappresenta il numero medio di eventi nell'unità di tempo considerata



Variabile Casuale di Poisson: esempi

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

- n. di clienti che accendono un mutuo in una banca ogni settimana
- n. di incidenti che si verificano lungo un determinato tratto autostradale
- n. di globuli rossi per mm^3 di sangue di un certo paziente
- n. di bombe cadute per km^2 a Londra durante la seconda guerra mondiale
- n. di errori tipografici su una pagina commessi da un editore



Variabile Casuale di Poisson

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

- il **valore atteso** della distribuzione Poisson è

$$E(X) = \lambda$$

- la **varianza** della distribuzione Poisson è

$$\text{var}(X) = \lambda$$

- la **asimmetria** della distribuzione Poisson è

$$\text{asymm}(X) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

- la **curtorsi** della distribuzione Poisson è

$$\text{kurt}(X) = 3 + \frac{1}{\lambda}$$



Andamento Variabile Casuale di Poisson

Esercitazione
10

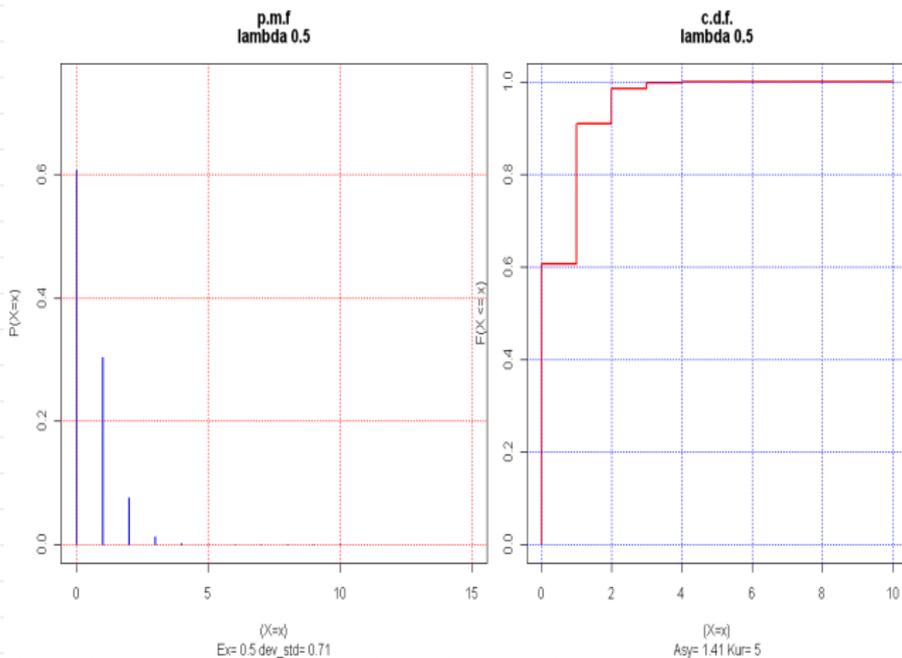
A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2





Andamento Variabile Casuale di Poisson

Esercitazione
10

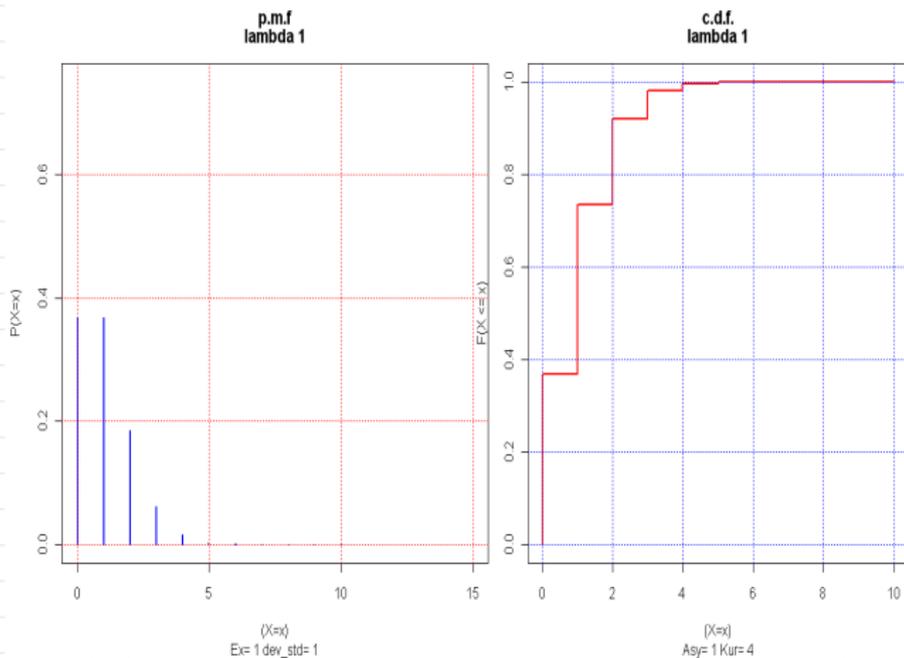
A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2





Andamento Variabile Casuale di Poisson

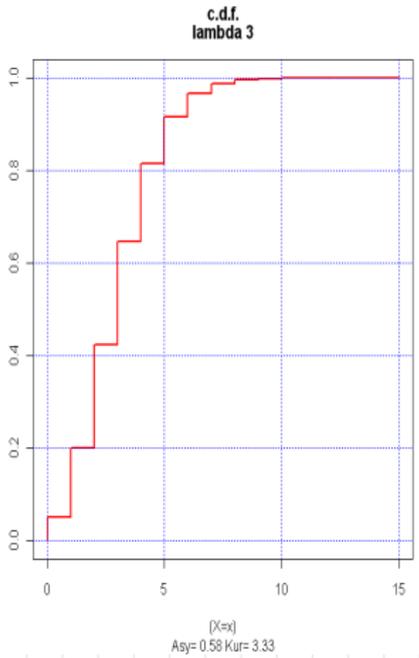
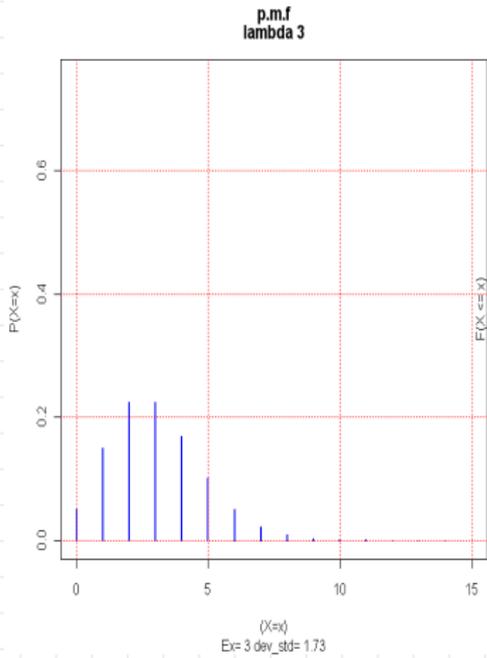
Esercitazione 10

A. Iodice

Variabile casuale binomiale negativa
Andamento Binomiale Negativa

Variabile Casuale di Poisson

Andamento v.c. di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2





Andamento Variabile Casuale di Poisson

Esercitazione 10

A. Iodice

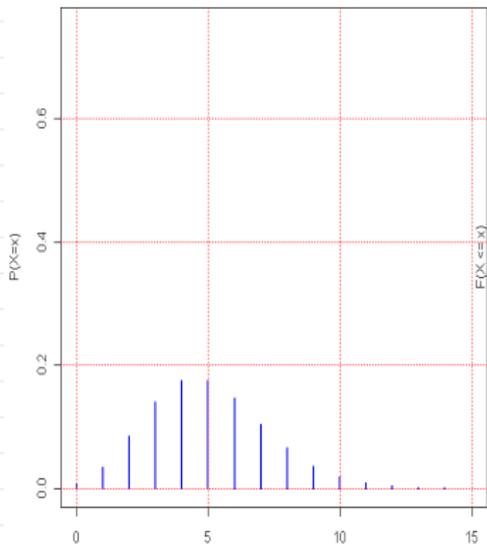
Variabile casuale binomiale negativa
Andamento Binomiale Negativa

Variabile Casuale di Poisson

Andamento v.c. di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

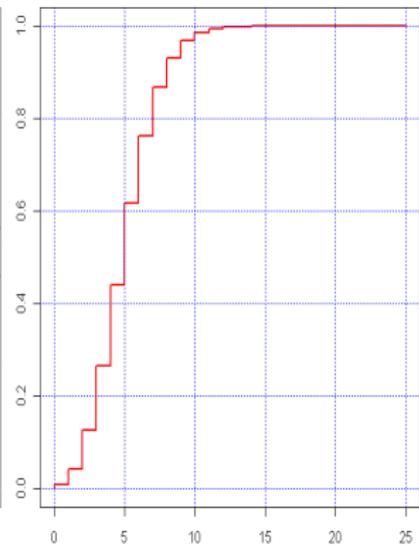


p.m.f
lambda 5



$E(x) = 5$ $dev_std = 2.24$

c.d.f.
lambda 5



$Asy = 0.45$ $Kur = 3.2$





Andamento Variabile Casuale di Poisson

Esercitazione
10

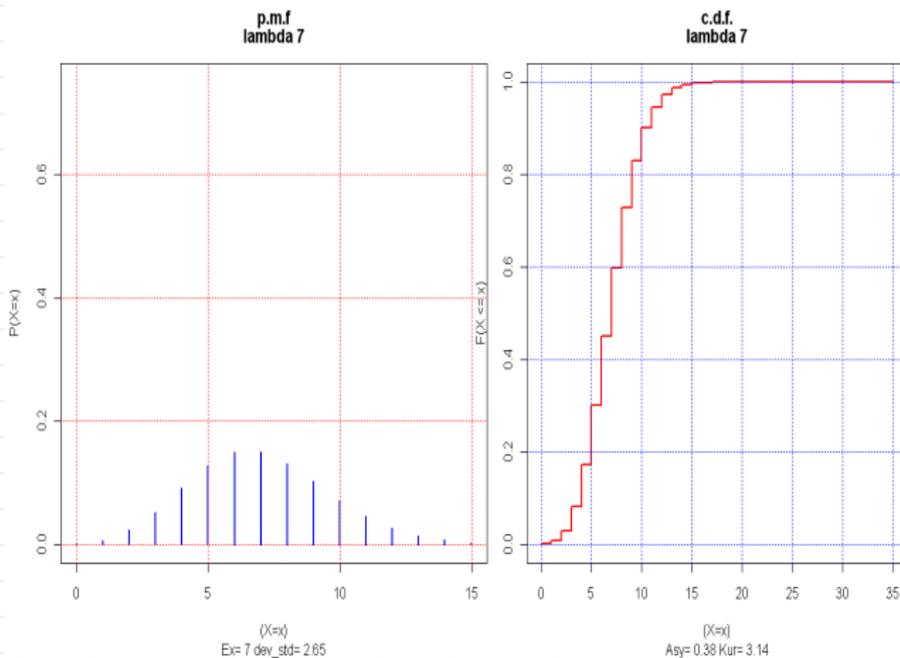
A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2





Variabile Casuale di Poisson: esercizio 1

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson

Esercizio 1
Esercizio 2

Sia 1.2 il numero medio di incidenti che si verificano ogni settimana sull'autostrada Salerno-Reggio Calabria. Qual'è la probabilità che la prossima settimana ci sia almeno un incidente?

Svolgimento

La variabile casuale in questione segue una distribuzione di Poisson di parametro $\lambda = 1.2$, formalmente $X \sim Poi(\lambda = 1.2)$.

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X = 0) = 1 - e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-1.2} \frac{1.2^0}{0!} \\ &= 1 - e^{-1.2} \frac{1}{1} = 1 - 0.3012 = \mathbf{0.6988} \end{aligned}$$



Variabile Casuale di Poisson: esercizio 2

Esercitazione
10

A. Iodice

Variabile
casuale
binomiale
negativa

Andamento
Binomiale
Negativa

Variabile
Casuale di
Poisson

Andamento v.c.
di Poisson
Esercizio 1
Esercizio 2

Una compagnia di assicurazioni effettua mediamente 4 rimborsi consistenti al mese.

- Qual'è la probabilità che il prossimo mese non ci siano rimborsi?
- Qual'è la probabilità che il prossimo mese ci siano al massimo due rimborsi?
- Qual'è la probabilità che il prossimo mese ci siano oltre tre rimborsi?

Svolgimento

La variabile casuale in questione segue una distribuzione di Poisson di parametro $\lambda = 4$, formalmente $X \sim Poi(\lambda = 4)$.

$$P(X = 0) = 1 - e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-4} \frac{4^0}{0!} = \mathbf{0.018}$$

$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \\ &= e^{-4} \frac{4^0}{0!} + e^{-4} \frac{4^1}{1!} + e^{-4} \frac{4^2}{2!} = 0.018 + 0.073 + 0.146 = \mathbf{0.273} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X > 3) &= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)] = \\ &= 1 - \left[e^{-4} \frac{4^0}{0!} + e^{-4} \frac{4^1}{1!} + e^{-4} \frac{4^2}{2!} + e^{-4} \frac{4^3}{3!} \right] = \\ &= 1 - [0.018 + 0.073 + 0.146 + 0.195] = \mathbf{0.568} \end{aligned}$$