Esercitazione 8 del corso di Statistica (parte seconda)

Dott.ssa Paola Costantini

11 Marzo 2009

Esercizio n. 1

In passato la lunghezza media delle pannocchie di gran o è stata uguale a 27 cm con $\sigma^2 = 24$. Si vuole sottoporre a test l'ipotesi che le pannocchie di un determinato anno abbiano una lunghezza media diversa, sulla base di un campione di 20 elementi con un $\alpha = 0{,}04$.

30	29	16	19	25	23	18	17	29	30
29	30	23	27	22	16	28	24	26	30

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = 24{,}55$$

IPOTESI	$H_0 : \mu = 27$ $H_1 : \mu \neq 27$
STATISTICA TEST	$X_{test} = \dfrac{\overline{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$
VALORI CRITICI	$\pm Z_{\alpha/2} \rightarrow \pm Z_{0,02} = \pm 2{,}05375$
REGOLA DI DECISIONE	$-2{,}05375 \leq v_{test} \leq +2{,}05375$
VALORE TEST	$V_{test} = \dfrac{24{,}55 - 27}{4{,}9\sqrt{20}} = -2{,}24$
DECISIONE	-2,24 < -2,05375 si rifiuta l'ipotesi H_0

Esercizio n 2

Una ditta produttrice di batterie per cellulari pubblicizza i propri prodotti garantendo una durata media di 18 ore con uno scarto quadratico medio di 0,5. Poiché ha ricevuto parecchi reclami da parte dei clienti che sostengono che la durata è inferiore, la ditta decide di effettuare una prova di durata su un campione di 10 batterie, ottenendo un tempo medio di accensione di 17,7 ore.

a) sulla base di tale risultato come può la ditta verificare la validità della sua affermazione riguardante la durata media garantita.

Svolgimento

Si richiede di effettuare un test sulla media conoscendo la varianza del carattere osservato, con un livello di significatività del 5%.

IPOTESI	$H_0 : \mu = 18$ $H_1 : \mu < 18$
STATISTICA TEST	$X_{test} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$
VALORI CRITICI	$z = -2{,}33$
REGOLA DI DECISIONE	Accetto H_0 se $V_{test} > -1{,}645$
VALORE TEST	$V_{test} = \frac{17{,}7 - 18}{0{,}5\sqrt{10}} = -1{,}896$
DECISIONE	-2,33 < -1,645 si rifiuta l'ipotesi H_0

Esercizio n 3

Sia dato un campione di famiglie secondo l'indice di affollamento (n. medio di componenti per stanza):

Indice di affollamento	n. famiglie	c_i	$c_i n_i$	$(c_i - \bar{x})^2 n_i$
[0-0,6]	6	0,3	1,8	5,48
]0,6-1,2]	18	0,9	16,2	2,28
]1,2-2]	10	1,6	16	1,18
]2-3]	7	2,5	17,5	10,83
	41		51,5	19,77

Provare l'ipotesi che nella popolazione l'indice di affollamento sia pari a 1.

$$H_0 = \mu = 1$$
$$H_1 = \mu \neq 1$$

Per il test si sceglie un livello di significatività del 10%.

$\overline{x} = 51{,}5/41 = 1{,}256$

Se σ^2 è sconosciuto, una sua stima corretta è $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{19{,}77}{40} = 0{,}49; s = 0{,}7$

Allora, sotto H_0 la quantità $t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ è una determinazione di una v.c. t di Student con (n-1) gradi di libertà.

$$t = \frac{1{,}256 - 1}{0{,}7/\sqrt{41}} = \frac{0{,}256}{0{,}109} = 2{,}35$$

Dato il livello di significatività α=0,10, per determinare la regola di decisione occorre individuare il valore critico $t_{40,0,05}$ tale che una v.c. t_{40} assuma valori maggiori con probabilità 0,05. Dalle tavole risulta $t_{40,0,05}$ =1,697.

Il valore della statistica test è risultato 2,25, pertanto H_0 è respinta cioè, concludiamo che, al livello di significatività del 10%, l'indice di affollamento non sia pari ad 1.

Esercizio n 4

Un dirigente di un'azienda che eroga servizi di pubblica utilità, con uffici dislocati su tutto il territorio nazionale, afferma che almeno il 90% degli uffici aperti al pubblico sono attrezzati per l'accesso delle persone disabili. In un campione di 230 uffici, 202 risultano attrezzati per l'accesso delle persone disabili. Verificare, al livello di significatività del 5%, l'affermazione del dirigente.

Soluzione

Sia $X \sim Ber(\pi)$ la v.c. che descrive la popolazione; X assume valore 1 se gli uffici sono attrezzati per le persone disabili. Le ipotesi da sottoporre a test sono:

$H_0 : \pi \geq 0{,}9$ vs $H_1 : \pi < 0{,}9$

In corrispondenza del livello di significatività α = 0,05 si ha $z_{0,05} =$ 1,645 in quanto ϕ(0,05) = 1-0,05 =0,95, che sulle tavole è uguale a 1,645.

$$R.A.: \frac{\hat{p}-\pi}{\sqrt{\pi\ (1-\pi)/n}} > -1.645$$

$$R.C.: \frac{\hat{p}-\pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}} < -1.645$$

Dato che la proporzione campionaria è $\hat{p} = \frac{202}{230} = 0,88$, il valore osservato della statistica test risulta:

$$\frac{\hat{p}-\pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)/n}} = \frac{0,88-0,90}{\sqrt{0,90 * 0,10/230}} = \frac{-0,02}{0,01978} = -1,011$$

Il valore -1,011 si trova nella regione di accettazione; quindi, al livello di significatività del 5% non vi è motivo di dubitare che il dirigente affermi il vero.

Esercizio n 5

Una società farmaceutica dichiara che dai test effettuati, il 38% dei pazienti è intollerante ad un certo medicinale. Estratto un campione casuale di 2500 pazienti con la stessa patologia, solo 900 sono risultati intolleranti. Si sottoponga a verifica l'ipotesi della società farmaceutica.

Svolgimento

$H_0 = \pi = 0,38$
$H_1 = \pi \neq 0,38$

$$\hat{p} = \frac{900}{2500} = 0,36$$

$$z = \frac{\hat{p}-\pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} =$$

z = -2,06

ponendo $\alpha = 0,05$

$z_{\alpha/2} = \pm 1,96$

Siccome -2,06 < -1,96 si rifiuta l'ipotesi H_0.