ESERCIZIO 1

Nell'anno 2002 è stato osservato un campione di 300 fondi comuni di investimento della categoria azionaria europea, calcolando per essi i rendimenti e differenziandoli per la modalità di acquisto. I risultati di tale osservazione sono riportati nella seguente tabella:

		MODALITA' DI ACQUISTO		
		Banca (B)	*Promotore (P)*	
RENDIMENTO OTTENUTO	*Negativo (RN)*	62	48	*110*
	Positivo (RP)	108	82	*190*
		170	*130*	*300*

Calcolare la probabilità che un acquirente scelto a caso:

1) abbia acquistato un fondo presso una banca
2) abbia ottenuto un rendimento positivo
3) abbia acquistato un fondo da un promotore ottenendo un rendimento negativo
4) dal momento che ha acquistato un fondo presso una banca abbia ottenuto un rendimento positivo
5) dal momento che ha ottenuto un rendimento negativo abbia acquistato il fondo da un promotore
6) E' lecito ritenere che vi sia indipendenza tra la modalità di acquisto e il rendimento ottenuto?

SVOLGIMENTO

Per rispondere ai primi tre quesiti possiamo calcolare la tabella delle frequenze relative:

		MODALITA' DI ACQUISTO		
		Banca (B)	*Promotore (P)*	
RENDIMENTO OTTENUTO	*Negativo (RN)*	0.21	0.16	*0.37*
	Positivo (RP)	0.36	0.27	*0.63*
		0.57	*0.43*	*1*

1) $P(B) = 0.57$

2) $P(RP) = 0.63$

3) $P(RN \cap P) = 0.16$

4) $P(RP \mid B) = \dfrac{P(RP \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0.36}{0.57}$

5) $P(P \mid RN) = \dfrac{P(P \cap RN)}{P(RN)} = \dfrac{0.16}{0.37}$

ESERCIZIO 2

Lo stabilimento di produzione di una data autovettura presenta un problema sulla linea di produzione. Si analizzano 120 pezzi prodotti prima di risolvere il problema: di essi 30 presentano un difetto al tergicristallo (difettosità tipo A), 40 presentano un difetto all'impianto di condizionamento (difettosità di tipo B) e 20 entrambi i difetti.

Analizzando un'autovettura a caso, si è interessati alla probabilità che questa presenti:

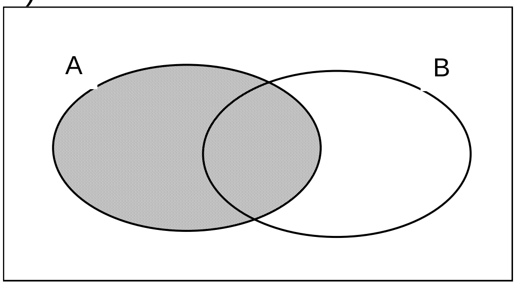
1) difettosità di tipo A
2) difettosità di tipo B
3) entrambi i difetti
4) almeno uno dei due difetti

Calcolare inoltre:

5) $P\left(\overline{A}\cup B\right)$
6) $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)$
7) $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)$

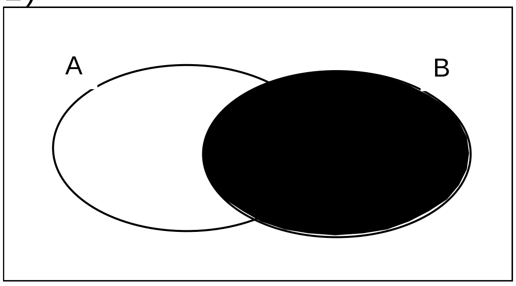
SVOLGIMENTO

1)



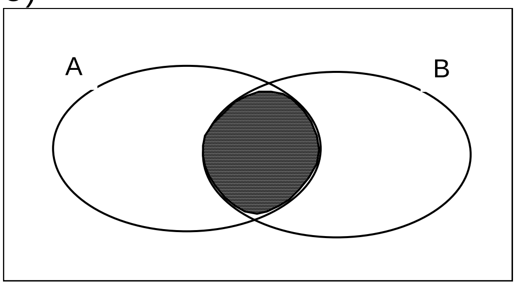
$$P(\mathrm{A})=\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$$

2)



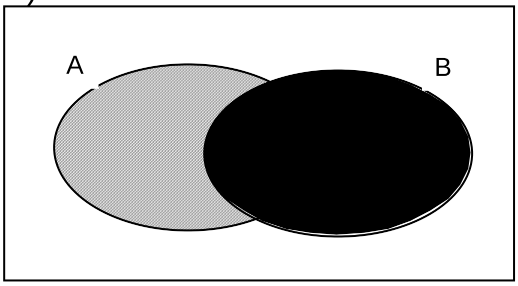
$$P(\mathrm{B})=\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$$

3)



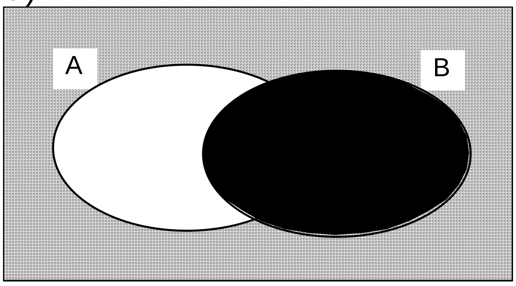
$$P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$$

4)



$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{30}{120}+\frac{40}{120}-\frac{20}{120}=\frac{5}{12}$$

5)



$$P(\bar{A}\cup B)=P(\bar{A})+P(B)-P(\bar{A}\cap B)$$

L'evento B si può scrivere come:

$$B=(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B)$$

Essendo i due eventi incompatibili, si ha:

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)$$

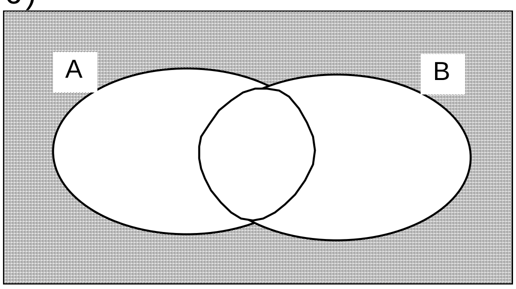
Da cui è possibile ricavare la probabilità di interesse:

$$P(\bar{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)$$

Sostituendo questo risultato nella prima formula si ha:

$$\begin{aligned} P(\bar{A}\cup B) &= P(\bar{A})+P(B)-P(\bar{A}\cap B) \\ &= P(\bar{A})+P(B)-P(B)+P(A\cap B) \\ &= \frac{90}{120}+\frac{20}{120}=\frac{11}{12} \end{aligned}$$

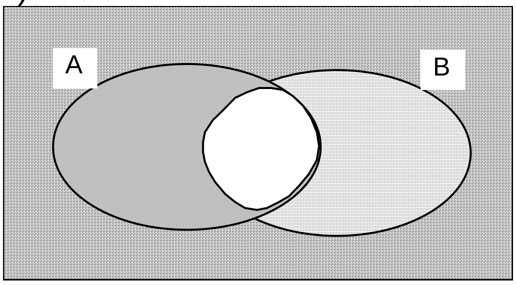
6)



$$P(\bar{A}\cap\bar{B})=1-P(A\cup B)$$

che è stato calcolato al punto 4.

7)



$$
\begin{aligned}
P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right) &= P\left(\overline{A}\right)+P\left(\overline{B}\right)-P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)\\
&= 1-P(A)+1-P(B)-P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)
\end{aligned}
$$

NOTA:
I quesiti 6 e 7 possono essere risolti sfruttando le leggi di De Morgan nel seguente modo:

6)

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P(A\cup B)$$

7)

$$
\begin{aligned}
P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right) &= P\left(\overline{A\cap B}\right)\\
&= 1-P(A\cap B)
\end{aligned}
$$

ESERCIZIO 3

Un'urna contiene otto palline di cui due bianche e sei rosse. Si estrae a caso una pallina: se questa è bianca la si reinserisce nell'urna aggiungendo un'altra pallina di colore rosso; se è rossa non la si reinserisce.
Calcolare la probabilità che estraendo una seconda pallina questa sia rossa.

SVOLGIMENTO

Si indichi con R1 e R2 il presentarsi di una pallina rossa rispettivamente alla prima estrazione e alla seconda estrazione e con B1 e B2 gli eventi analoghi per la pallina bianca. La probabilità di interesse può essere calcolata come segue:

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(R_1 \cap R_2) + P(B_1 \cap R_2) \\ &= P(R_1)P(R_2 | R_1) + P(B_1)P(R_2 | B_1) \\ &= \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} + \frac{2}{8} \times \frac{7}{9} \end{aligned}$$