

ESERCITAZIONE N. 2:INDICI DI POSIZIONE E DI INDICI DI VARIABILITA'

Esercizio n. 1

Si considera un collettivo di 20 studenti secondo i mesi trascorsi dalla laurea

Tempo	Studenti
2	6
3	7
4	7
Totale	20

Si calcoli la mediana (Me), la moda, lo scostamento quadratico medio e la varianza Var (Y)

SOLUZIONE

Caso A) Variabili discrete

Studenti secondo il numero di mesi trascorsi dalla laurea

Y_i	n_i	F.Cum.	F.Cum.Rel	$Y_i n_i$	$[Y_i - \mu(Y)]$	$[Y_i - \mu(Y)]^2$	$[Y_i - \mu(Y)]^2 n_i$	Y_i^2	$Y_i^2 n_i$
2	6	6	0,3	12	-1,05	1,1025	6,62	4	24
3	7	13	0,65	21	-0,05	0,0025	0,0175	9	63
4	7	20	1	28	0,95	0,9025	6,3175	16	112
Totale	20			61			12,95		199

Quesito 1 e 2

Definizione Mediana (Me): è la modalità dell'unità statistica che occupa il posto centrale nella distribuzione ordinata delle osservazioni

Calcolo

1. Ordinare le unità in senso crescente rispetto alle modalità del carattere .
2. Verificare se il collettivo è formato da un numero Ndi unità pari o dispari.
3. Individuare la posizione in graduatoria dell'unità centrale:
se N è dispari la posizione è $(N+1)/2$, se N è pari si hanno due unità centrali con posizione $N/2$ e $(N/2)+1$
4. Osservare le modalità presentate dall'unità (o dalle unità) centrale:
nel caso dispari la Mediana è $X_{(n+1)/2}$, cioè la modalità corrispondente alla posizione $(N+1)/2$;
nel caso pari si avrebbero 2 mediane date dalle modalità delle 2 unità centrali in posizione $N/2$ e $(N/2)+1$.
La mediana è poi pari alla semisomma dei valori delle due unità centrali.

Soluzione Le posizioni delle 2 unità centrali sono la 10^a e la 11^a
Mediana = 3
Moda: le mode sono due, per Y=3 e Y=4

Quesito 3 e 4

$\mu(Y) = 61/20 = 3,05$ tempo medio (espresso in mesi) trascorso dalla laurea

$\mu(Y)$	3,05
S.q.m.	$\sqrt{0,6475}$
S.q.m.	0,805
$[Y - \mu(Y)]^2$	0,6475

$\mu(Y^2)$	9,95
$\mu(Y)^2$	9,3025
$\mu(Y^2) - \mu(Y)^2$	0,6475

Esercizio n. 2

Si consideri un collettivo di famiglie distinte secondo la classe di reddito come in tabella:

Famiglie secondo classe di reddito

Classi di reddito	Famiglie	Ampiezza	Densità di frequenza
10 20	10	10	1
20 40	50	20	2,5
40 60	30	20	1,5
60 100	10	40	0,25
Totale	100		

Della seguente distribuzione di frequenza si calcoli la Mediana (Me), la classe modale, lo scostamento quadratico medio e la varianza Var (X)

SOLUZIONE

Caso B) Variabile continua

Classi di reddito	valore centrale	Freq. assolute	Freq. cumulate	F.relative cumulate	$X_i \cdot n_i$	$[X_i - \mu(X)]$	$[X_i - \mu(X)]^2$	$[X_i - \mu(X)]^2 n_i$	X_i^2	$X_i^2 n_i$
10-20	15	10	10	0,10	150	-25	600,25	6002,5	225,00	2250
20-40	30	50	60	0,60	1500	-10	90,25	4512,5	900,00	45000
40-60	50	30	90	0,90	1500	11	110,25	3307,5	2500,00	75000
60-100	80	10	100	1,00	800	41	1640,25	16402,5	6400,00	64000
Totale		100			3950			30225	10025	186250

QUESITO 1 E 2

Calcolo

$$Me = x_{Me-1} + (x_{Me} - x_{Me-1}) \left[\frac{0,5 - F_{Me-1}}{F_{Me} - F_{Me-1}} \right]$$

x_{Me-1} = estremo inferiore della classe mediana

x_{Me} = estremo superiore della classe mediana

F_{Me-1} = frequenza relativa cumulata fino alla classe precedente a quella mediana

F_{Me} = frequenza relativa cumulata fino alla classe mediana

$(x_{Me} - x_{Me-1})$ = ampiezza classe mediana

La classe mediana è 20-40

$$Me = 20 + \left[\frac{0,5 - 0,1}{0,6 - 0,1} \right] 20$$

$$Me = 36$$

La classe modale corrisponde alla classe alla quale corrisponde la maggiore densità di frequenza (cfr. tabella). Nel nostro caso è la 20-40.

Famiglie secondo classe di reddito

Classi di reddito	Famiglie	Ampiezza	Densità di frequenza
10 20	10	10	1
20 40	50	20	2,5
40 60	30	20	1,5
60 100	10	40	0,25
Totale	100		

Quesiti 3 e 4

Gli altri elementi sono riportati di seguito:

$\mu(X)$	39,5
S.q.m.	17,39
$\mu[X - \mu(X)]^2$	302,25
$\mu(X^2)$	1862,5
$\mu(X)^2$	1560,25
$\mu(X^2) - \mu(X)^2$	302,25