

Università degli Studi di Cassino
Anno accademico 2003-2004
Corsi di Statistica 1, II (Prof. G. Prozio) e Statistica 1, IV (Dott. D. Vistocco)

Esercitazione del 9/2/2004
Dott. Claudio Conversano

Esercizio 1

Si considerino le seguenti due distribuzioni, relative al voto riportato all'esame di Statistica da un campione di 200 studenti che hanno sostenuto l'esame nell'a.a. 2001/2002 e da un campione di studenti che hanno sostenuto l'esame nell'a.a. 2002/2003.

Voto esame di Statistica a.a. 2001/02	Frequenze assolute
21	6
23	26
24	39
25	57
26	44
27	19
28	9
Totale	200

Voto esame di Statistica a.a. 2002/03	Frequenze assolute
21	4
23	31
24	41
25	47
26	47
27	24
28	4
Totale	200

Misurare la variabilità in termini assoluti e relativi delle due distribuzioni.

Svolgimento

Distribuzione del **Voto esame di Statistica a.a. 2001/02**.

Voto esame di Statistica a.a. 2001/02	Frequenze assolute	$x_i n_i$	x_i^2	$x_i^2 n_i$	Frequenze relative	Frequenze relative cumulate
21	6	126	441	2646	0,03	0,03
23	26	598	529	13754	0,13	0,16
24	39	936	576	22464	0,20	0,36
25	57	1425	625	35625	0,29	0,64
26	44	1144	676	29744	0,22	0,86
27	19	513	729	13851	0,10	0,96
28	9	252	784	7056	0,05	1,00
Totale	200	4994		125140	1,00	

Indici di variabilità assoluti:

$$\text{Range} = x_{\max} - x_{\min} = 28 - 21 = 7$$

$$Q_1 = 24; \quad Q_2 = Me = 25; \quad Q_3 = 26;^1$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 26 - 24 = 2;$$

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i \right)^2 = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^7 x_i^2 n_i - \left(\frac{1}{200} \sum_{i=1}^7 x_i n_i \right)^2 = \\ &= \frac{1}{200} 125.140 - \left(\frac{1}{200} 4.994 \right)^2 = 2,20 \end{aligned}$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{2,20} = 1,48$$

Indice di variabilità relativa:

$$CV = \frac{\sigma_X}{\mu_X} = \frac{1,48}{\frac{1}{200} \sum_{i=1}^7 x_i n_i} = \frac{1,48}{24,97} = 0,06$$

Distribuzione del **Voto esame di Statistica a.a. 2002/03.**

Voto esame di Statistica a.a. 2001/02	Frequenze assolute	$x_i n_i$	x_i^2	$x_i^2 n_i$	Frequenze relative	Frequenze relative cumulate
21	4	84	441	1764	0,02	0,02
23	31	713	529	16399	0,16	0,18
24	41	984	576	23616	0,21	0,38
25	47	1175	625	29375	0,24	0,62
26	47	1222	676	31772	0,24	0,85
27	24	648	729	17496	0,12	0,97
28	4	112	784	3136	0,02	0,99
29	2	58	841	1682	0,01	1,00
Totale	200	4996		125240		

Indici di variabilità assoluti:

$$\text{Range} = x_{\max} - x_{\min} = 29 - 21 = 8$$

¹ Per le modalità di calcolo dei quartili consultare l'esercitazione sugli indici di posizione.

$$Q_1 = 24; \quad Q_2 = Me = 25; \quad Q_3 = 26;^2$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 26 - 24 = 2;$$

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i \right)^2 = \frac{1}{200} \sum_{i=1}^8 x_i^2 n_i - \left(\frac{1}{200} \sum_{i=1}^8 x_i n_i \right)^2 = \\ &= \frac{1}{200} 125.240 - \left(\frac{1}{200} 4.996 \right)^2 = 2,20\end{aligned}$$

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{2,20} = 1,48$$

Indice di variabilità relativa:

$$CV = \frac{\sigma_X}{\mu_X} = \frac{1,48}{\frac{1}{200} \sum_{i=1}^8 x_i n_i} = \frac{1,48}{24,98} = 0,06$$

N.B. Osservando i risultati ottenuti per la media aritmetica, la varianza e lo scarto quadratico medio delle due distribuzioni si evince che le due distribuzioni hanno la media pressoché identica (24,96 e 24,98) e la stessa variabilità. Ciò potrebbe significare che le due distribuzioni sono perfettamente coincidenti, ma per avvalorare questa affermazione bisogna misurare la forma delle due distribuzioni e vedere se gli indici di forma forniscono gli stessi risultati per le due distribuzioni³.

² Per le modalità di calcolo dei quartili consultare l'esercitazione sugli indici di posizione.

³ La forma delle due distribuzioni sarà studiata nell'esercitazione successiva.