I QUARTILI

Per il calcolo della mediana e del primo e terzo quartile il procedimento da seguire è il seguente:

1. si ordinano le intensità in senso non decrescente
2. si individuano le intensità da utilizzare nel calcolo dell'indice
3. si procede al calcolo dell'indice.

Calcolare la mediana, il primo ed il terzo quartile per il carattere "Numero di stabilimenti" (NSTAB) considerando:

b) tutte le 50 aziende incluse nel campione (*n=50)*
c) escludendo l'ultima azienda (*n=49)*

Disegnare inoltre i rispettivi diagrammi a scatola.

Carattere NSTAB

Si tratta di un carattere quantitativo discreto. La successione ordinata delle intensità è la seguente:

**0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1
,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,
3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,6,6,7,8,8,
11**

Caso a): n=50

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(25)} + x_{(25+1)}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$$

Per il calcolo del <u>primo quartile</u> consideriamo la mediana delle prime 25 osservazioni.

0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2

$$Q_1 = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{25+1}{2}\right)} = x_{(13)} = 1$$

Per il calcolo del <u>terzo quartile</u> consideriamo la mediana delle osservazioni che vanno dalla 26-esima alla 50-esima.

2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,6,6,7,8,8,11

$$Q_3 = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{25+1}{2}\right)} = x_{(13)} = 4$$

Caso b): *n=49*
Eliminiamo l'ultima intensità

0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,6,6,7,8,8, ~~11~~

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{49+1}{2}\right)} = x_{(25)} = 2$$

Per il calcolo del <u>primo quartile</u> consideriamo le prime 24 intensità (*n=24*):

0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(12)} + x_{(12+1)}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

Per il calcolo del <u>terzo quartile</u> consideriamo le intensità che vanno dalla 26-esima alla 49-esima (*n=24*).

2,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,4,4,4,4,4,4,5,5,6,6,7,8,8

$$Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(12)} + x_{(12+1)}}{2} = \frac{4+4}{2} = 4$$

Per disegnare i diagrammi a scatola i valori caratteristici da considerare sono i seguenti:

Caso a) *n=50*: $Q_1 = 1$, $Me = 2$, $Q_3 = 4$,

$$a = Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) = 1 - 4,5 = -3,5 \Rightarrow \alpha = 0$$

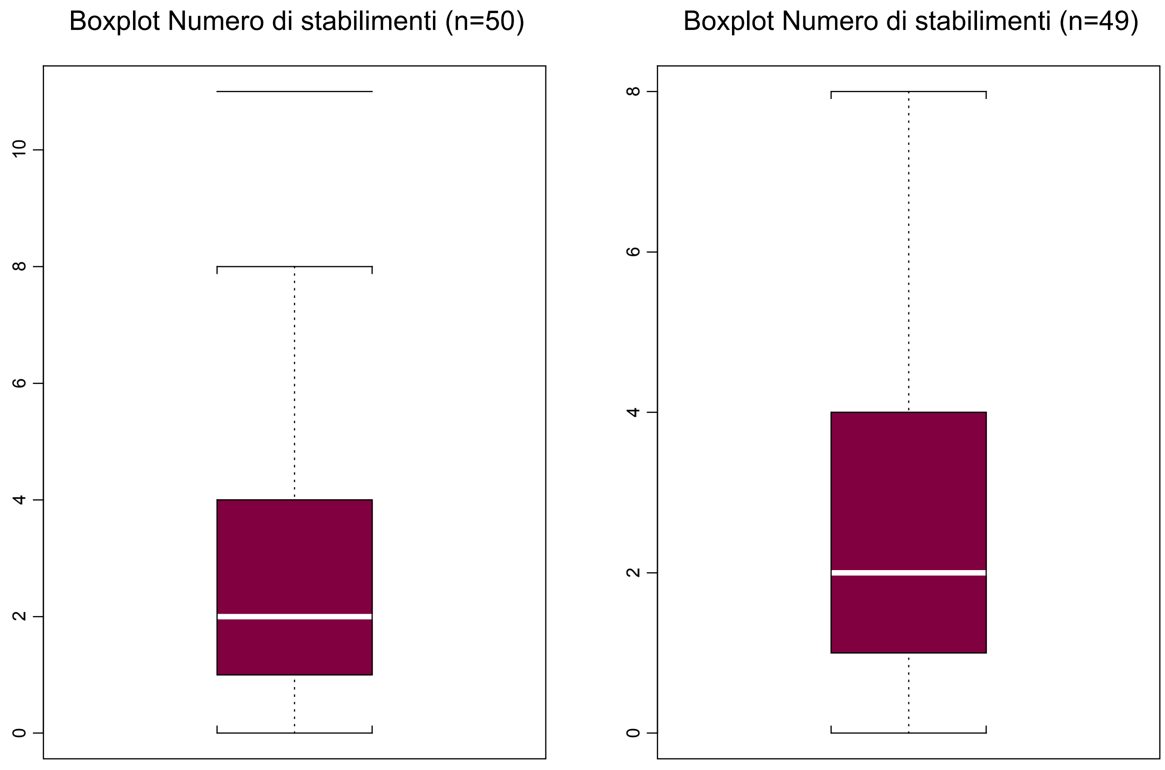
$$b = Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1) = 4 + 4,5 = 8,5 \Rightarrow \beta = 8$$

Caso b) *n=49*: $Q_1 = 1$, $Me = 2$, $Q_3 = 4$,

$$a = Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) = 1 - 4,5 = -3,5 \Rightarrow \alpha = 0$$

$$b = Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1) = 4 + 4,5 = 8,5 \Rightarrow \beta = 8$$

Diagrammi a scatola



Ripetere lo stesso esercizio per il carattere “Fatturato” (FATT).

<u>Carattere FATT</u>

Si tratta di un carattere quantitativo continuo. La successione ordinata delle intensità è la seguente:

103,103,104,105,107,108,109,115,122, 129,130,131,138,142,145,149,157,158, 161,163,177,181,185,189,199,228,228, 233,242,285,308,323,324,354,354,378, 386,430,443,457,467,493,521,593,604, 609,981,1.021,1.444,2.012

Caso a): n=50

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(25)} + x_{(25+1)}}{2} = \frac{199+228}{2} = 213,5$$

Per il calcolo del <u>primo quartile</u> consideriamo la mediana delle prime 25 osservazioni.

103,103,104,105,107,108,109,115,122,129, 130,131,138,142,145,149,157,158,161,163, 177,181,185,189,199

$$Q_1 = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{25+1}{2}\right)} = x_{(13)} = 138$$

Per il calcolo del terzo quartile consideriamo la mediana delle osservazioni che vanno dalla 26-esima alla 50-esima.

228,228,233,242,285,308,323,324,354,354, 378,386,430,443,457,467,493,521,593,604, 609,981,1.021,1.444,2.012

$$Q_3 = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{25+1}{2}\right)} = x_{(13)} = 430$$

Caso b): *n=49*
Eliminiamo l'ultima intensità
103,103,104,105,107,108,109,115,122,129, 130,131,138,142,145,149,157,158,161,163, 177,181,185,189,199,228,228,233,242,285, 308,323,324,354,354,378,386,430,443,457, 467,493,521,593,604,609,981,1.021,1.444, ~~2.012~~

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} = x_{\left(\frac{49+1}{2}\right)} = x_{(25)} = 199$$

Per il calcolo del primo quartile consideriamo le prime 24 intensità (*n=24*):

103,103,104,105,107,108,109,115,122, 129,130,131,138,142,145,149,157,158, 161,163,177,181,185

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(12)} + x_{(12+1)}}{2} = \frac{131+138}{2} = 134,5$$

Per il calcolo del <u>terzo quartile</u> consideriamo le intensità che vanno dalla 26-esima alla 49-esima (*n=24*).

228,228,233,242,285,308,323,324,354, 354,378,386,430,443,457,467,493,521, 593,604,609,981,1.021,1.444

$$Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} = \frac{x_{(12)} + x_{(12+1)}}{2} = \frac{386+430}{2} = 408$$

Per disegnare i diagrammi a scatola i valori caratteristici da considerare sono i seguenti:

Caso a) *n=50*: $Q_1 = 138$, $Me = 213,5$, $Q_3 = 430$,

$$a = Q_1 - 1,5\left(Q_3 - Q_1\right) = 138 - 438 = -300 \Rightarrow \alpha = 103$$

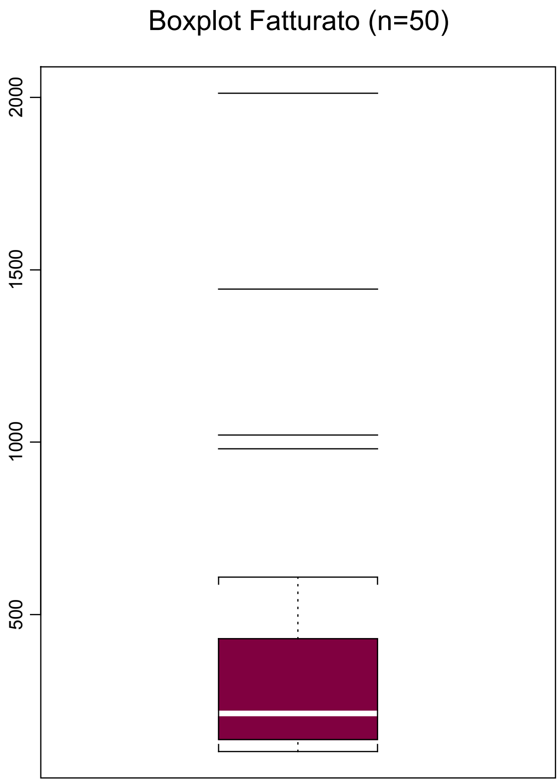
$$b = Q_3 + 1,5\left(Q_3 - Q_1\right) = 430 + 430 = 860 \Rightarrow \beta = 609$$

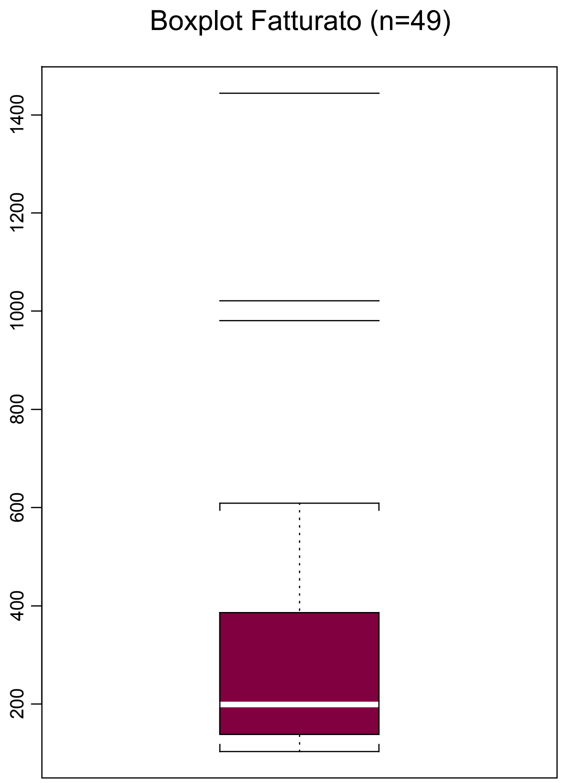
Caso b) *n=49*: $Q_1 = 134,5$, $Me = 199$, $Q_3 = 408$,

$$a = Q_1 - 1,5\left(Q_3 - Q_1\right) = 134,5 - 410,25 = -275,75 \Rightarrow \alpha = 103$$

$$b = Q_3 + 1,5\left(Q_3 - Q_1\right) = 408 + 410,25 = 818,25 \Rightarrow \beta = 609$$

Diagrammi a scatola





Calcolare la madiana, il primo ed il terzo quartile considerando i tre casi di suddivisione in classi del carattere “Fatturato”.

CLASSI EQUIFREQUENTI

Classi	**Punti medi**	**Freq. assoluta**	**Freq. relativa**	**Frequenza relativa cumulata**
⩽129	116	10	0,20	0,20
129 --| 163	146	10	0,20	0,40
163 --| 285	224	10	0,20	0,60
285 --| 457	371	10	0,20	0,80
> 457	1.235	10	0,20	1,00
Totale		50	1,00	

$$Me = x_{Me-1} + \frac{0,5 - F_{Me-1}}{F_{Me} - F_{Me-1}} \left(x_{Me} - x_{Me-1} \right) =$$

$$= 163 + \frac{0,5 - 0,4}{0,6 - 0,4} \left(285 - 163 \right) = 163 + 0,5 \left(122 \right) = 224$$

$$Q_1 = x_{Q_1} + \frac{0,25 - F_{Q_1 - 1}}{F_{Q_1} - F_{Q_1 - 1}} \left(x_{Q_1} - x_{Q_1 - 1} \right) =$$

$$= 129 + \frac{0,25 - 0,2}{0,4 - 0,2} \left(163 - 129 \right) = 129 + 0,25 \left(34 \right) = 137,5$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + \frac{0,75 - F_{Q_3 - 1}}{F_{Q_3} - F_{Q_3 - 1}} \left(x_{Q_3} - x_{Q_3 - 1} \right) =$$

$$= 285 + \frac{0,75 - 0,6}{0,8 - 0,6} \left(457 - 285 \right) = 285 + 0,75 \left(172 \right) = 414$$

CLASSI DI DIVERSA AMPIEZZA E FREQUENZA

Classi	**Punti medi**	**Freq. assoluta**	**Freq. relativa**	**Frequenza relativa cumulata**
⩽200	150	25	0,50	0,50
200 --| 300	250	5	0,10	0,60
300 --| 400	350	7	0,14	0,74
400 --| 500	450	5	0,10	0,84
> 500	1.300	8	0,16	1,00
Totale		50	1,00	

$$Me = x_{Me-1} + \frac{0,5 - F_{Me-1}}{F_{Me} - F_{Me-1}}\left(x_{Me} - x_{Me-1}\right) =$$

$$= 100 + \frac{0,5 - 0}{0,5 - 0}\left(200 - 100\right) = 200$$

$$Q_1 = x_{Q_1} + \frac{0,25 - F_{Q_1-1}}{F_{Q_1} - F_{Q_1-1}}\left(x_{Q_1} - x_{Q_1-1}\right) =$$

$$= 100 + \frac{0,25 - 0}{0,5 - 0}\left(200 - 100\right) = 100 + 0,5\left(100\right) = 150$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + \frac{0,75 - F_{Q_3-1}}{F_{Q_3} - F_{Q_3-1}}\left(x_{Q_3} - x_{Q_3-1}\right) =$$

$$= 400 + \frac{0,75 - 0,74}{0,84 - 0,74}\left(500 - 400\right) = 400 + 0,1\left(100\right) = 410$$

CLASSI EQUIAMPIE

Classi	**Punti Medi**	**Freq. assoluta**	**Freq. relativa**	**Frequenza relativa cumulata**
⩽484,8	294	41	0,82	0,82
484,8 --| 866,6	676	5	0,10	0,92
866,6 --| 1.248,4	1058	2	0,04	0,96
1248,4 --| 1.630,2	1439	1	0,02	0,98
> 1360,2	1821	1	0,02	1,00
Totale		50	1,00	

$$Me = x_{Me-1} + \frac{0,5 - F_{Me-1}}{F_{Me} - F_{Me-1}}\left(x_{Me} - x_{Me-1}\right) =$$

$$= 103 + \frac{0,5-0}{0,82-0}\left(484,8-103\right) = 103 + 0,61(381,8) = 335,80$$

$$Q_1 = x_{Q_1} + \frac{0,25 - F_{Q_1-1}}{F_{Q_1} - F_{Q_1-1}}\left(x_{Q_1} - x_{Q_1-1}\right) =$$

$$= 103 + \frac{0,25-0}{0,82-0}\left(484,8-103\right) = 103 + 0,3\left(381,8\right) = 116,4$$

$$Q_3 = x_{Q_3} + \frac{0,75 - F_{Q_3-1}}{F_{Q_3} - F_{Q_3-1}}\left(x_{Q_3} - x_{Q_3-1}\right) =$$

$$= 103 + \frac{0,75-0,74}{0,82-0,74}\left(484-103\right) = 103 + 0,91\left(381,8\right) = 452,21$$

N.B. Nei 3 casi considerati, in corrispondenza di un diverso criterio di suddivisione in classi si ottengono valori diversi per i tre indici di posizione considerati.

Si ipotizzi che invece di disporre delle intensità del carattere Fatturato, si è proceduto a classificare lo stesso carattere secondo le seguenti cinque modalità:

“Basso”, “Medio/Basso”, “Medio”, “Medio/Alto”, “Alto”

La distribuzione di frequenza da considerare (che riprende quella del caso delle classi equiampie) è la seguente:

Distribuzione del carattere Fatturato nelle 50 aziende considerate:

Modalità	**Freq. assoluta**	**Freq. relativa**	**Frequenza relativa cumulata**
Basso	41	0,82	0,82
Medio/Basso	5	0,10	0,92
Medio	2	0,04	0,96
Medio/Alto	1	0,02	0,98
Alto	1	0,02	1,00
Totale	50	1,00	

Domanda: E’ possibile calcolare la mediana, il primo ed il terzo quartile?

Risposta: Trattandosi di un carattere qualitativo ordinale è possibile calcolare i tre indici considerando i valori della funzione di ripartizione empirica. In particolare:

- La mediana è la modalità in corrispondenza della quale $F_i = 0,5$;
- Il primo quartile è la modalità in corrispondenza della quale $F_i = 0,25$;
- Il terzo quartile è la modalità in corrispondenza della quale $F_i = 0,75$;

Nel caso in esame i tre indici considerati coincidono e corrispondono alla modalità “Basso”.