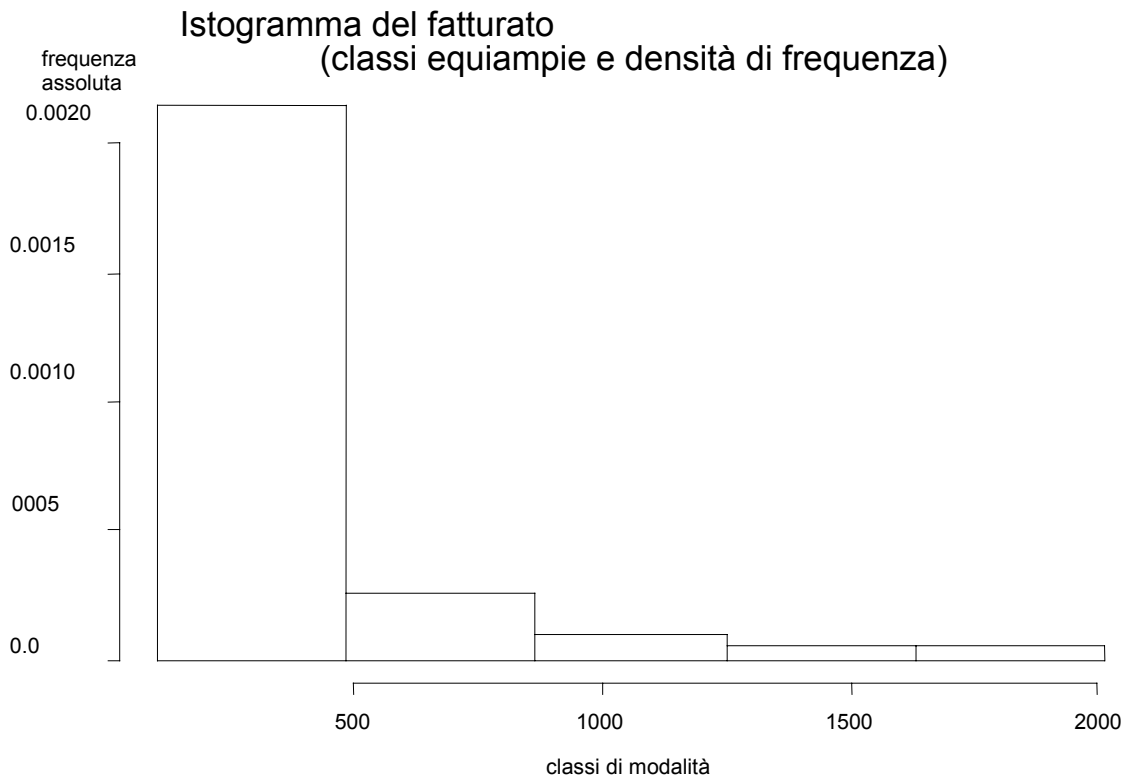


Come cambia la distribuzione se consideriamo 5 classi equiampie (k=5)?

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{2.012 - 103}{5} = 381,80$$

Classi $x_i \leq x_l \leq x_{i+1}$	Freq. Ass. n_i	Freq. relativa $f_i = \frac{n_i}{N}$	Frequenza relativa cumulata $F_i = \sum_{l=1}^i f_l$
103,0 -- 484,8	41	0,82	0,82
484,8 -- 866,6	5	0,10	0,92
866,6 -- 1.248,4	2	0,04	0,96
1248,4 -- 1.630,2	1	0,02	0,98
1630,2 -- 2.012,0	1	0,02	1,00
Totale	50	1,00	

Classi $x_i \leq x_l \leq x_{i+1}$	Ampiezza della classe d_i	Freq. relativa $f_i = \frac{n_i}{N}$	Densità di frequenza $h_i = \frac{f_i}{d_i}$	Somma delle aree $P_i = \sum_{l=1}^i d_l h_l$
103,0 -- 484,8	381,8	0,82	0,00215	0,82
484,8 -- 866,6	381,8	0,10	0,00026	0,92
866,6 -- 1.248,4	381,8	0,04	0,00010	0,96
1248,4 -- 1.630,2	381,8	0,02	0,00005	0,98
1630,2 -- 2.012,0	381,8	0,02	0,00005	1,00
Totale		1,00		



La gran parte delle aziende incluse nel campione ha un fatturato compreso tra 100 e 500 milioni (I classe).

Domanda: La distribuzione del fatturato delle aziende appartenenti alla prima classe di fatturato può considerarsi uniforme?

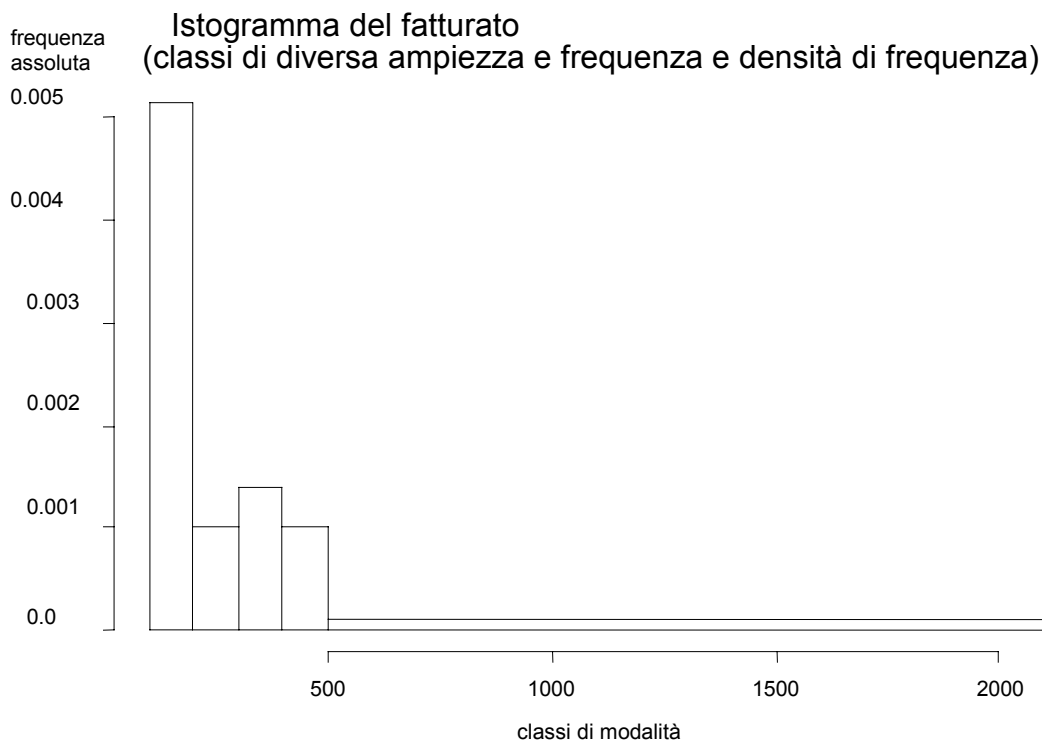
Risposta: consideriamo la seguente distribuzione in classi:

100|--|200, 200--|300, 300--|400,
400--|500, 500--|2.100

Classi $x_i \leq x_l \leq x_{i+1}$	Freq. Ass. n_i	Freq. relativa $f_i = \frac{n_i}{N}$	Frequenza relativa cumulata $F_i = \sum_{l=1}^i f_l$
100 -- 200	25	0,50	0,50
200 -- 300	5	0,10	0,60
300 -- 400	7	0,14	0,74
400 -- 500	5	0,10	0,84
500 -- 2.100	8	0,16	1,00
Totale	50	1,00	

Calcoliamo le densità di frequenza e disegniamo l'istogramma

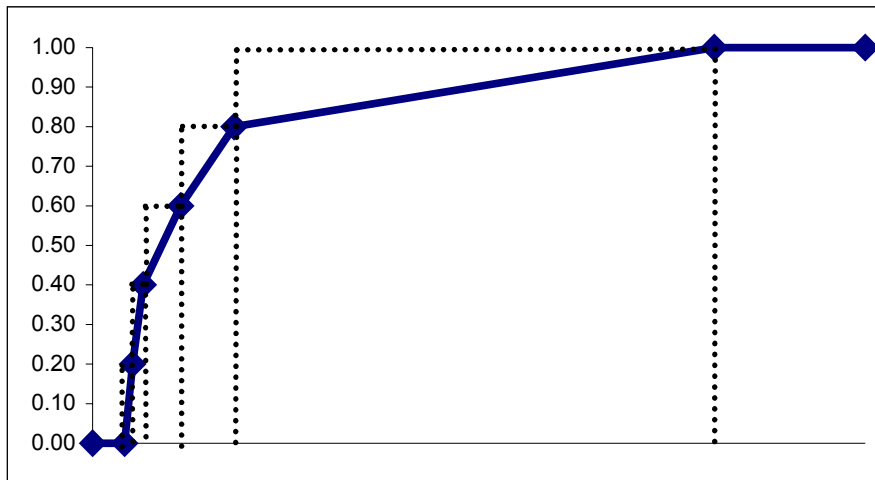
Classi $x_i \leq x_l \leq x_{i+1}$	Ampiezza della classe d_i	Freq. relativa $f_i = \frac{n_i}{N}$	Densità di frequenza $h_i = \frac{f_i}{d_i}$	Somma delle aree $P_i = \sum_{l=1}^i d_l h_l$
100 -- 200	100	0,50	0,0050	0,50
200 -- 300	100	0,10	0,0010	0,60
300 -- 400	100	0,14	0,0014	0,74
400 -- 500	100	0,10	0,0010	0,84
500 -- 2.100	1.600	0,16	0,0001	1,00
Totale		1,00		



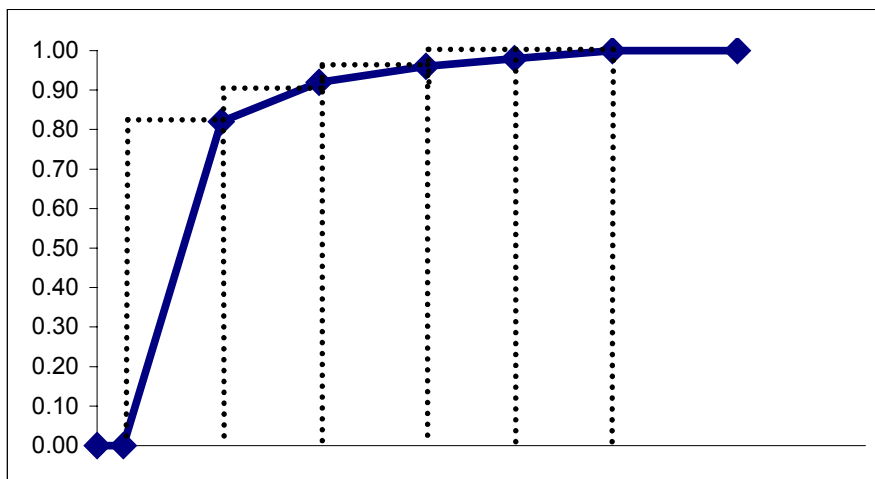
*Come si evince dall'istogramma, la densità di frequenza è più elevata in corrispondenza della prima classe (da 100 a 200 miliardi), per cui la distribuzione del fatturato delle aziende appartenenti alla prima classe di fatturato *relativa al caso delle classi equifrequenti* **NON** può considerarsi uniforme.*

Funzioni di ripartizione empirica

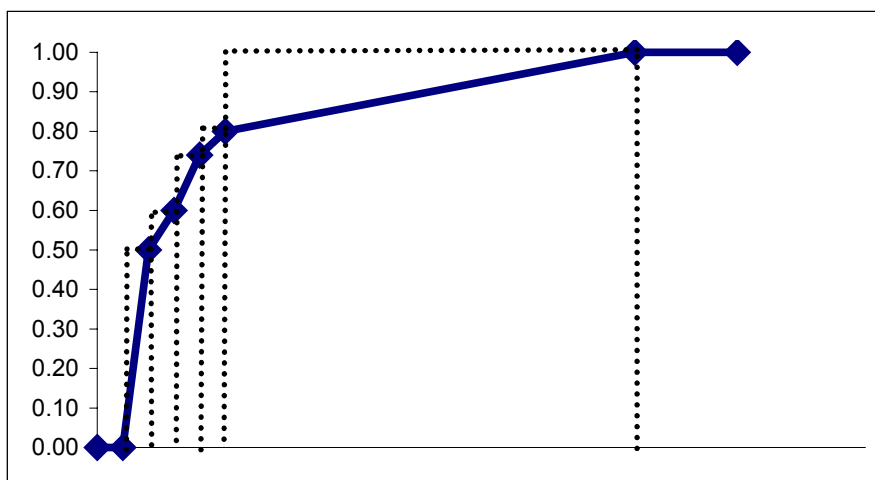
b) classi equiampie



b) classi equifrequenti



c) classi di diversa ampiezza e frequenza



INDICI STATISTICI DI POSIZIONE

LA MEDIA ARIMETICA E LA MODA

Calcolare la media aritmetica del numero di stabilimenti (NSTAB):

la successione delle modalità è:

6,2,2,1,2,1,4,2,2,2,3,1,3,1,3,1,5,1,11,1,1,8,1,
8,1,1,6,0,3,1,1,4,2,4,5,1,2,1,4,4,2,0,4,7,2,3,2,
1,3,2

La media aritmetica semplice sarà:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{1}{50} (3+1+3+1+3+1+5+1+11+1+1+8+1+8+1+1+6+0+3+1+1+4+2+4+5+1+2+1+4+4+2+0+4+7+2+3+2+1+3+2) = \frac{138}{50} = 2,76$$

E' possibile calcolare la media aritmetica a partire dalla distribuzione di frequenza, considerando le frequenze assolute o relative.

Modalità x_i	Frequenza assoluta n_i	Frequenza relativa $f_i = \frac{n_i}{N}$	Frequenza relativa cumulata $F_i = \sum_{l=1}^i f_l$
0	2	0,04	0,04
1	16	0,32	0,36
2	12	0,24	0,60
3	6	0,12	0,72
4	6	0,12	0,84
5	2	0,04	0,88
6	2	0,04	0,92
7	1	0,02	0,94
8	2	0,04	0,98
11	1	0,02	1,00
Totale	50	1,00	

Media aritmetica ponderata per le frequenze assolute:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k x_j n_j = \frac{1}{50} (0 \times 2 + 1 \times 16 + 2 \times 12 + 3 \times 6 + 4 \times 6 + 5 \times 2 + 6 \times 2 + 7 \times 1 + 8 \times 2 + 11 \times 1)$$

$$= \frac{138}{50} = 2,76$$

Media aritmetica ponderata per le frequenze relative:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^k x_j f_j = (1 \times 0,32 + 2 \times 0,24 + 3 \times 0,12 + 4 \times 0,12 +$$

$$+ 5 \times 0,04 + 6 \times 0,04 + 7 \times 0,02 + 8 \times 0,04 + 11 \times 0,02) = 2,76$$

La moda è la modalità a cui è associata la frequenza (assoluta o relativa) più elevata. Nel carattere NSTAB la moda è "1".

Calcolare la media aritmetica del “numero di stabilimenti” (NSTAB) per i diversi “settori merceologici” (SM).

I valori da considerare sono:

Settore *Ice Packaging (I)*:

6,1,3,1,3,1,8,8,3,1,4,5,1,1

$$\bar{x}_I = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{1}{14} (6+1+3+1+3+1+8+8+3+1+4+5+1+1) = \frac{46}{14} = 3,29$$

Settore *Alimentare (A)*:

2,2,1,2,2,3,1,11,1,1,1,6,1,4,1,4,2,4,7,2,2

$$\bar{x}_A = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{1}{21} (2+2+1+2+2+3+1+11+1+1+1+6+1+4+1+4+2+4+7+2+2+2) = \frac{60}{21} = 2,86$$

Settore *Bevande (B)*:

4,5,1

$$\bar{x}_B = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{1}{3} (4+5+1) = \frac{10}{3} = 3,33$$

Settore *Health Care (H)*:

2,2,1,1,0,2,2,4,0,2,3,3

$$\bar{x}_H = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{1}{12} (2+2+1+1+2+2+4+2+3+3) = \frac{22}{12} = 1,83$$

La media aritmetica generale \bar{x} del carattere NSTAB può essere anche calcolata come media aritmetica ponderata di \bar{x}_A , \bar{x}_B , \bar{x}_H , \bar{x}_I (c.d. medie aritmetiche parziali), ricorrendo alla “*proprietà associativa della media aritmetica*”.

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{50} (\bar{x}_A \times n_A + \bar{x}_B \times n_B + \bar{x}_H \times n_H + \bar{x}_I \times n_I) = \\ &= \frac{1}{50} (2,86 \times 21 + 3,33 \times 3 + 1,83 \times 12 + 3,29 \times 14) = \frac{138}{50} = 2,76 \end{aligned}$$

Calcoliamo la media aritmetica del fatturato (FATT). La successione delle intensità è:

1021,109,233,199,354,145,467,177,161,158,115,108,
1444,493,185,285,242,386,981,105,103,2012,104,
521,131,129,138,228,457,163,103,308,609,142,189,
107,130,354,593,604,324,149,430,323,181,443,378,
228,157,122,

Essendo la somma delle intensità $\sum_{j=1}^{50} x_j = 17.228$ la media aritmetica sarà:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = \frac{17.228}{50} = 344,56$$

In questo caso è *difficile individuare la Moda*. Osservando attentamente la successione delle intensità si nota che i valori “103”, “228” e “354” si presentano 2 volte, per cui la distribuzione presenta 3 mode (*distrib. trimodale*).

E' altresì possibile determinare media e moda a partire dalle distribuzioni in classi. Per la moda si individua la CLASSE MODALE.

Come cambiano tali indici al variare dell'ampiezza delle classi?

CLASSI EQUIAMPIE

Classi	Punti medi	Freq ass.	Freq. relativa
103,0 -- 484,8	294	41	0,82
484,8 -- 866,6	676	5	0,10
866,6 -- 1.248,4	1058	2	0,04
1248,4 -- 1.630,2	1439	1	0,02
1630,2 -- 2.012,0	1821	1	0,02
<i>Totale</i>		50	1,00

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k \hat{x}_j n_j = \frac{1}{50} (294 \times 41 + 676 \times 5 + 1058 \times 2 + 1439 \times 1 + 1821 \times 1) = \frac{20.804}{50} = 416,2$$

La classe modale corrisponde alla prima classe (103,0 |--| 484,8).

CLASSI DI DIVERSA AMPIEZZA E FREQUENZA

Classi	Punti Medi	Freq. Ass.	Freq. relativa	Densità di frequenza
100 -- 200	150	25	0,50	0,0050
200 -- 300	250	5	0,10	0,0010
300 -- 400	350	7	0,14	0,0014
400 -- 500	450	5	0,10	0,0010
500 -- 2.100	1.300	8	0,16	0,0001
Totale		50	1,00	

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k \hat{x}_j n_j = \frac{1}{50} (150 \times 25 + 250 \times 5 + 350 \times 7 + 450 \times 5 + 1.300 \times 8) = \frac{20.100}{50} = 402$$

Essendo le classi di diversa ampiezza, per la classe modale bisogna considerare le densità di frequenza. La classe modale è la prima (100 |--| 200), in quanto ad essa corrisponde la densità di frequenza più elevata.

CLASSI EQUIFREQUENTI

Classi	Punti medi	Freq. assoluta	Freq. relativa	Densità di frequenza
103 -- 129	116	10	0,20	0,008
129 -- 163	146	10	0,20	0,006
163 -- 285	224	10	0,20	0,002
285 -- 457	371	10	0,20	0,001
457 -- 2.012	1.235	10	0,20	0,000
Totale		50	1,00	

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k \hat{x}_j n_j = \frac{1}{50} (116 \times 10 + 146 \times 10 + 224 \times 10 + 371 \times 10 + 1.235 \times 10) = \frac{20.920}{50} = 418,4$$

Essendo le classi equifrequenti e di diversa ampiezza, per la classe modale bisogna considerare le densità di frequenza. La classe modale è la prima (103 |--| 129), in quanto ad essa corrisponde la densità di frequenza più elevata.

N.B. Nei tre casi considerati (classi equiampie, classi equifrequenti e classi di diversa ampiezza e frequenza) sono stati determinati 3 diversi valori della media aritmetica e 3 diverse classi modali.

TALI INDICI DIPENDONO DAL TIPO DI SUDDIVISIONE IN CLASSI ADOTTATO.