

Università degli Studi di Cassino
Anno accademico 2003-2004
Corsi di Statistica 1, II (Prof. G. Prozio) e Statistica 1, IV (Dott. D. Vistocco)

Esercitazione del 10/3/2004
Dott. Claudio Conversano

Esercizio 1

In una certa azienda il 5% delle lampadine sono difettose. Le lampadine sono vendute in confezioni da 20.

- a) Qual è la probabilità che in una confezione di lampadine scelta a caso nessuna delle lampadine risulti difettosa?
- b) Qual è la probabilità che in una confezione di lampadine scelta a caso vi siano meno di 2 lampadine difettose?
- c) Qual è la probabilità che in una confezione di lampadine scelta a vi siano al più 2 lampadine difettose?

Svolgimento

$$X \sim \text{Bin}(n = 20, p = 0,05)$$

$$\text{a) } P(X = 0) = \binom{20}{0} 0,05^0 (1 - 0,05)^{20-0} = \frac{20!}{0!(20-0)!} 0,05^0 (0,95)^{20-0} = 1 \cdot 1 \cdot (0,95)^{20} = 0,3585$$

$$P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) =$$

$$\text{b) } = 0,3585 + \binom{20}{1} 0,05^1 (1 - 0,05)^{20-1} = \frac{20!}{1!(20-1)!} 0,05 (0,95)^{19} = 20 \cdot 0,05 \cdot 0,377354 = \\ = 0,3585 + 0,377354 = 0,736$$

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$= 0,736 + P(X = 2) =$$

$$\text{c) } = 0,736 + \binom{20}{2} 0,05^2 (1 - 0,05)^{20-2} = \frac{20!}{2!(20-2)!} 0,05^2 (0,95)^{18} = \\ = 0,736 + 190 \cdot 0,0025 \cdot 0,397 = 0,736 + 0,188 = 0,924$$

Esercizio 2

Un revisore è stato assunto per ispezionare i documenti contabili di una società. Il revisore effettua un controllo per campione esaminando il 30% dei documenti contabili. Supponendo che il numero di documenti da esaminare sia pari a 100 e che 15 di essi siano non in regola, calcolare:

- a) La probabilità che nel campione 5 documenti siano non in regola
- b) Il numero medio di documenti non in regola nel campione
- c) La varianza della distribuzione dei documenti non in regola nel campione

Svolgimento

$$X \sim \text{Bin}(n = 30, p = 15/100 = 0,15); \quad N = 100 \text{ (popolazione)}$$

$$a) P(X=5) = \binom{30}{5} 0,15^5 (1-0,15)^{30-5} = \frac{30!}{5!(30-5)!} 0,15^5 (0,85)^{30-5} = 0,186$$

$$b) E(X) = n \cdot p = 30 \cdot 0,15 = 4,5$$

$$c) Var(X) = n \cdot p \cdot (1-p) = 30 \cdot 0,15 \cdot 0,85 = 3,825$$

Esercizio 3

Si consideri una variabile casuale normale con media 100 e varianza 25. Calcolare:

- la probabilità che X sia maggiore di 110;
- la probabilità che X sia minore di 95;
- la probabilità che X sia compresa tra 95 e 110;
- la probabilità che X sia compresa tra 105 e 110;
- la probabilità che X sia compresa tra 85 e 95;

Svolgimento

$$X \sim N(\mu_X = 100, \sigma_X^2 = 25)$$

$$a) P(X > 110) = P\left(Z > \frac{110-100}{\sqrt{25}}\right) = P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0,97725 = 0,02275$$

$$b) P(X < 95) = P\left(Z < \frac{95-100}{\sqrt{25}}\right) = P(Z < -1) = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0,84134 = 0,15866$$

$$c) P(95 < X < 110) = P\left(\frac{95-100}{\sqrt{25}} < Z < \frac{110-100}{\sqrt{25}}\right) = P(-1 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -1) = 0,97725 - [1 - P(Z > 1)] = 0,97725 - (1 - 0,84134) = 0,97725 - 0,15866 = 0,81859$$

$$d) P(105 < X < 110) = P\left(\frac{105-100}{\sqrt{25}} < Z < \frac{110-100}{\sqrt{25}}\right) = P(1 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < 1) = 0,97725 - 0,84134 = 0,13591$$

$$e) P(85 < X < 95) = P\left(\frac{85-100}{\sqrt{25}} < Z < \frac{95-100}{\sqrt{25}}\right) = P(-3 < Z < -1) = P(1 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < 1) = 0,99865 - 0,84134 = 0,15731$$

Esercizio 4(Porzio)

Supposto che la durata del volo Roma Fiumicino – Parigi Orly segua una distribuzione normale con media pari a 120 minuti e varianza pari a 49 minuti, calcolare:

- a) La probabilità che il volo in partenza domani durerà meno di 115 minuti;
- b) La probabilità che il volo in partenza domani durerà tra 107 e 118 minuti;

Svolgimento

$$X \sim N(\mu_X = 120, \sigma_X^2 = 49)$$

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X < 115) &= P\left(Z > \frac{115-120}{\sqrt{49}}\right) = P(Z > -0,71) = 1 - P(Z < 0,71) = \\ &= 1 - 0,76115 = 0,23885 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(107 < X < 118) &= P\left(\frac{107-120}{\sqrt{49}} < Z < \frac{118-120}{\sqrt{49}}\right) = \\ \text{b) } &= P(-1,86 < Z < -0,28) = P(0,28 < Z < 1,86) = \\ &= P(Z < 1,86) - P(Z < 0,28) = 0,96856 - 0,61026 = 0,3583 \end{aligned}$$