Esercizio 1

Si supponga di lanciare simultaneamente una moneta e un dado:

(a) Qual é lo spazio degli eventi associato a quest'esperimento?

(b) Qual é la probabilitá di uscita di una testa e di un tre?

(a) Lo spazio degli eventi associato all'esperimento é costituito da $2 \cdot 6 = 12$ eventi elementari:

	1	2	3	4	5	6
testa	testa,1	testa, 2	testa, 3	testa, 4	testa, 5	testa, 6
croce	croce,1	croce, 2	croce, 3	croce, 4	croce, 5	croce, 6

(b) Numero di eventi dello spazio campionario: 12

Numero di eventi dello spazio campionario che realizzano il risultato "testa,3": 1

Dalla definizione classica di probabilitá risulta che la probabilitá che si realizzi l'evento "testa,3" é: 1/12

Esercizio 2

La nostra vicina é solita dedicare il sabato pomeriggio ad una delle seguenti attivitá:

- cura delle piante, con probabilitá 0,24;
- studio, con probabilitá 0,5;
- passeggiata con le amiche, con probabilitá 0,33;
- ascolto dei CD preferiti, con probabilitá 0,12;
- preparazione di un dolce, con probabilitá 0,16.

Si determini la probabilitá che la nostra vicina trscorra il sabato pomeriggio:

(a) prendendosi cura delle piante o ascolatndo la musica preferita;

(b) non studiando;

(c) a casa;

(d) uscendo con le amiche o preparando un dolce o curando le piante;

Siano:

- E l'vento "cura delle piante", con $P(E) = 0,24$;
- F l'evento "studio", con $P(F) = 0,5$;
- G l'evento "passeggiata con le amiche", con $P(G) = 0,33$;
- H l'evento "ascolto dei CD preferiti", con $P(H) = 0,12$;
- I l'evento "preparazione di un dolce", con $P(I) = 0,16$.

La nostra vicina ogni sabato si dedica ad *una sola* di tali attivitá: gli eventi sono da ritenersi tra loro incompatibili. Pertanto:

(a) per la probabilitá dell'unione di due eventi incompatibili, risulta: $P(E \cup H) = P(E) + P(H) = 0,24 + 0,12 = 0,36$.

(b) per la probabilitá dell'evento elementare, risulta: $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,15 = 0,85$.

(c) per la probabilitá dell'evento elementare, risulta: $P(E \cup F \cup H \cup I) = P(\bar{G}) = 1 - P(G) = 1 - 0,33 = 0,67$.

(d) per la probabilitá dell'unione di tre eventi incompatibili, risulta: $P(G \cup I \cup E) = P(G) + P(I) + P(E) = 0,33 + 0,16 + 0,24 = 0,73$.

Esercizio 3

Si calcoli la probabilitá che lanciando un dado si presenti una faccia con un numero:

(a) dispari;

(b) maggiore di tre;

(c) minore o uguale a quattro;

(d) divisibile per due;

(e) dispari minore di cinque;

Lo spazio campionario é costituito dall'insieme dei numeri: 1,2,3,4,5,6.

(a) Gli elementi dello spazio campionario che realizzano l'evento "numero dispari" sono: 1,3,5. In base alla definizione classica di probabilitá, la probabilitá di tale evento risulta: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

(b) Gli elementi dello spazio campionario che realizzano l'evento "numero maggiore di 3" sono: 4,5,6; In base alla definizione classica di probabilitá, la probabilitá di tale evento risulta: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

(c) Gli elementi dello spazio campionario che realizzano l'evento "numero minore o uguale a 4" sono: 1,2,3,4. La probabilitá di tale evento risulta: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;

(d) Gli elementi dello spazio campionario che realizzano l'evento "numero divisibile per 3" sono: 3,6. La probabilitá di tale evento risulta: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

(e) Gli elementi dello spazio campionario che realizzano l'evento "numero dispari minore di 5" sono: 1,3. La probabilitá di tale evento risulta: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Esercizio 4

Di due diverse lotterie sono stati venduti rispettivamente 200 e 350 biglietti. Avendo acquistato 15 biglietti della prima e 22 della seconda, in quale delle due lotterie si ha maggiore probabilitá di vincere il primo premio?

Le probabilitá di vittoria sono:

- Prima lotteria: $\frac{15}{200} = 0,075$;
- Seconda lotteria: $\frac{22}{350} = 0,063$;

É piú probabile vincere nella prima lotteria.

Esercizio 5

Una fornitura consta di 6000 cioccolattini, tutti confezionati allo stesso modo: 2000 di essi sono al liquore, 1000 al caffé, 3000 al latte. Prendendo un cioccolattino a caso dall'intera partita, qual é la probabilitá che sia:

(a) al latte;

(b) al latte o al caffé;

Si indichi con L l'evento "ciccolattino al latte" e con C l'evento "ciccolattino al caffé", tra loro incompatibili. Si ha:

(a) $P(L) = \frac{3000}{6000} = \frac{1}{2}$, dalla definizione classica di probabilitá;

(b) $P(L \cup C) = \frac{3000}{6000} + \frac{1000}{6000} = \frac{2}{3}$, dalla definizione di probabilitá dell'unione di due eventi incompatibili.

Esercizio 6

Un bambino che non sa contare gioca con tre cartoncini, in ognuno dei quali é scritta una cifra dall'uno al tre. Giocando a disporre in fila i cartoncini, qual'é la probabilitá che componga il numero 321?

Il numero di elementi dello spazio campionario é uguale al numero di permutazioni di tre elementi $P_3 = 3! = 6$:

$$(123), (132), (213), (231), (312), (321);$$

il numero di elementi che realizzano l'evento é 1: dalla definizione classica di probabilitá risulta che la probabilitá di comporre il numero 321 é 1/6.

Esercizio 7

Si lancino due dadi regolari, uno bianco ed uno rosso.

(a) Qual é lo spazio degli eventi associato all'esperimento?

(b) Qual é la probabilitá di ottenere come somma 7?

(c) Qual'é la probabilitá di ottenere la stessa faccia in entrambi i dadi?

(a) Lo spazio degli eventi associato all'esperimento é il seguente:

	1 rosso	2 rosso	3 rosso	4 rosso	5 rosso	6 rosso
1 bianco	1;1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2 bianco	2;1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3 bianco	3;1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4 bianco	4;1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5 bianco	5;1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6 bianco	6;1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

(b) Il numero complessivo delle modalitá del sistema é $6 \cdot 6 = 36$.
Le coppie di risultati la cui somma é 7 sono in numero di 6:

$$(1;6),(2;5),(3;4),(4;3),(5;2),(6;1);$$

In base alla definizione classica di probabilitá, la probabilitá dell'evento "somma uguale a 7" é pari 6/36=1/6.

(c) Il numero di risultati favorevoli all'evento "stessa faccia per entrambi i dadi" é 6:

$$(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(5;5),(6;6);$$

La probabilitá richiesta é 6/36=1/6.

Esercizio 8

Un manager ha nel proprio ufficio tre linee telefoniche (A,B,C), che risultano libere con probabiltiá rispettivamente 0,7; 0,2; 0,3.
Componendo a caso uno dei tre numeri telefonici:

qual é la probabilitá di trovare la linea libera?

Indicando con :

- F l'evento "la linea é libera";
- E_j l'evento "il numero composto é quello corrispondente alla j-ma linea" ($j = A, B, C$);

le probabilitá richieste sono le seguenti.

(a) l'evento F si realizza quando si realizza uno dei seguenti eventi, tra loro incompatibili:

- É stato composto il numero corrispondente alla linea A *e* la linea é libera (evento $E_A \cap F$);
- É stato composto il numero corrispondente alla linea B *e* la linea é libera (evento $E_B \cap F$);
- É stato composto il numero corrispondente alla linea C *e* la linea é libera (evento $E_C \cap F$);

applicando il teorema dell'intersezione e quello dell'unione di due eventi compatibili si ottiene:

$P(F) = P(F|E_A) \cdot P(E_A) + P(F|E_B) \cdot P(E_B) + P(F|E_C) \cdot P(E_C) =$

$$= 0,7 \cdot \frac{1}{3} + 0,2 \cdot \frac{1}{3} + 0,3 \cdot \frac{1}{3} = 0,4$$

Esercizio 9

Dallo studio dell'albero genealogico di una donna si evince che é pari al 50% la probabilitá che essa sia portatrice di un gene patologico trasmissibile solo per via femminile. Se é portatrice, la probabilitá che un figlio erediti quel gene é del 50%; se non é portatrice, non puó accadere che lo sia alcuno dei suoi figli.
Qual é la probabilitá che un figlio erediti il gene patologico?

Siano:

- G l'ipotesi la donna é portatrice del gene patologico";
- F l'evento "il figlio eredita il gene";

I dati possono essere cosí riscritti:

$P(G) = P(\bar{G}) = 0,5;$

$P(F|G) = P(\bar{F}|G) = 0,5;$

$P(F|\bar{G}) = 0;$

La probabilitá richiesta é $P(F)$. Per il teorema delle probabilitá totali essa risulta:

$$P(F) = P(F|G) \cdot P(G) + P(F|\bar{G}) \cdot P(\bar{G}) = 0,5 \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,5 = 0,25$$

Esercizio 10

Il commesso di una merceria ha sbadatamente rovesciato quattro scatole, conteneti bottoni di grandi e medie dimensioni, rossi e bianchi. Sapendo che:

- i bottoni di grandi dimensioni costituiscono il 70% dei bottoni rovesciati;
- il 40% dei bottoni garndi ed il 90% dei bottoni medi é di colore bianco;

Si determini la probabilitá che, prendendo a caso un bottone questo risulti essere:

(a) di grandi dimensioni e bianco;

(b) di medie dimensioni;

(c) rosso, dato che é di medie dimensioni;

(d) di medie dimensioni e rosso;

(e) di medie dimensioni e rosso, oppure di grandi dimesnioni e bianco.

Indicando con:

- M l'evento "bottone di medie dimensioni";
- G l'evento "bottone di grandi dimensioni";
- B l'evento "bottone di colore bianco";
- R l'evento "bottone di colore rosso";

i dati possono essere espressi nella seguente forma:

$$P(G) = 0,7; P(B|G) = 0,4; P(B|M) = 0,9.$$

Pertanto:

(a) per la probabilitá dell'evento intersezione: $P(G \cap B) = P(B|G) \cdot P(G) = 0,4 \cdot 0,7 = 0,28$;

(b) M e G sono eventi complementari. Pertanto: $P(M) = 1 - P(G) = 1 - 0,7 = 0,3$;

(c) Anche gli eventi $R|M$ e $B|M$ sono tra loro complementari. Pertanto:

$$P(R|M) = 1 - P(B|M) = 1 - 0,9 = 0,1;$$

(d) Dalla probabilitá dell'evento intersezione risulta: $P(M \cap R) = P(R|M) \cdot P(M) = 0,1 \cdot 0,3 = 0,03$;

(e) Dalla probabilitá dell'evento intersezione e da quella dell'evento unione risulta:

$$P[(M \cap R) \cup (G \cap B)] = P(M \cap R) + P(G \cap B) = 0,03 + 0,28 = 0,31$$