

Esercitazione Variabilità e indici di forma

Esempio 1.

Caso variabile quantitativa discreta

Nella tabella di seguito riportata, 40 negozianti sono distinti secondo il numero di addetti. Calcolare varianza, scostamento quadratico medio, indice di asimmetria di Fisher

Calcolo varianza e scostamento quadratico medio

Negozianti secondo il numero di addetti				
numero addetti	frequenze assolute	frequenze relative	x_i al quadrato	x_i al quadrato per n_i
1	7	0,175	1	7
2	3	0,075	4	12
3	5	0,125	9	45
4	11	0,275	16	176
5	7	0,175	25	175
6	4	0,100	36	144
8	2	0,050	64	128
13	1	0,025	169	169
Totale	40	1		856

La varianza è in questo esempio calcolata come differenza tra $\sum x_i^2 n_i / \sum n_i - \mu^2$

$$\sum x_i^2 n_i / \sum n_i = 856/40 = 21,4 \quad \text{media quadrati}$$

$$\mu^2 = 16 \quad \text{quadrato della media aritmetica}$$

$$\text{varianza} = 5,4$$

lo scostamento quadratico medio σ è uguale alla radice quadrata della varianza

$$\text{Scostamento quadratico medio} = \sigma = 2,3$$

Calcolo dell'indice di Fisher

Questo indice fornisce informazioni sulla forma di una distribuzione (simmetria, asimmetria positiva o negativa).

Nel caso di una distribuzione di frequenza per il calcolo si utilizza la formula di seguito riportata

$$\text{Fisher} = \{ \sum [(x_i - \mu) / \sigma_i]^3 n_i \} / \sum n_i$$

Elementi per il calcolo degli scostamenti

<i>numero addetti</i> (x_i)	<i>frequenze assolute</i> (n_i)	$x_i - \text{Media}$	$(x_i - \text{Media})/\sigma_x$	$[(x_i - \text{Media})/\sigma_x]^3$	$[(x_i - \text{Media})/\sigma_x]^3 \times n_i$
1	7	-3	-1,3	-2,2	-15,1
2	3	-2	-0,9	-0,6	-1,9
3	5	-1	-0,4	-0,1	-0,4
4	11	0	0,0	0,0	0,0
5	7	1	0,4	0,1	0,6
6	4	2	0,9	0,6	2,6
8	2	4	1,7	5,1	10,2
13	1	9	3,9	58,1	58,1
Totale	40				54,0

1,35 Fisher

Fisher = $54/40 = 1,35$ (asimmetria positiva)

Esempio 2.

Calcolo varianza e scostamento quadratico medio

Caso variabile quantitativa continua

Di seguito i 40 negozianti sono distinti secondo la durata del tragitto casa/lavoro.
Calcolare varianza, scostamento quadratico medio, indice di asimmetria di Fisher

La varianza è in questo esempio calcolata come differenza tra
 $\Sigma x_i^2 n_i / \Sigma n_i - \mu^2$

lo scostamento quadratico medio σ è uguale alla radice quadrata della varianza

Scostamento quadratico medio = $\sigma = 2,3$

Negozianti secondo la durata del tragitto casa lavoro (in classi)

<i>Durata del tragitto</i>	<i>frequenze assolute</i>	<i>frequenze relative</i>	<i>frequenze cumulate</i>	<i>frequenze relative cumulate</i>
4 — 14	17	0,425	17	0,425
14 — 24	15	0,375	32	0,800
24 — 34	7	0,175	39	0,975
34 — 44	1	0,025	40	1,000

<i>Durata del tragitto</i>	<i>valore centrale c_i</i>	<i>frequenze assolute n_i</i>	<i>c_i al quadrato</i>	<i>c_i al quadrato per n_i</i>
4 — 14	9	17	81	1377
14 — 24	19	15	361	5415
24 — 34	29	7	841	5887
34 — 44	39	1	1521	1521
Totale		40		14200

$$\Sigma x_i^2 n_i / \Sigma n_i = 14200/40 = \text{media dei quadrati}$$

$$355 = \text{media dei quadrati}$$

$$289 = \mu^2 = \text{quadrato della media aritmetica quadrato della media}$$

$$66 = \text{varianza}$$

$$8,12 = \text{scostamento quadratico medio}$$

Calcolo dell'indice di Fisher

Nel caso di una distribuzione di frequenza di una variabile continua in classi per il calcolo si utilizza la formula di seguito riportata

$$\text{Fisher} = \{ \Sigma [(c_i - \mu) / \sigma_x]^3 n_i \} / \Sigma n_i$$

<i>Durata del tragitto</i>	<i>frequenze assolute (n_i)</i>	<i>$c_i - \text{Media}$</i>	<i>$(c_i - \text{Media}) / \sigma_x$</i>	<i>$[(c_i - \text{Media}) / \sigma_x]^3$</i>	<i>$[(c_i - \text{Media}) / \sigma_x]^3 \times n_i$</i>
	17	-8	-0,99	-0,96	-16,3
	15	2	0,25	0,01	0,2
	7	12	1,48	3,23	22,6
	1	22	2,71	19,89	19,9
	40				26,4

$$\text{Fisher} = 26,4/40 = 0,66 \text{ (asimmetria positiva)}$$

ESEMPIO 3.

Calcolare media e varianza della variabile standardizzata “numero di addetti”

Verifica proprietà variabile standardizzata

Verifica proprietà variabile standardizzata

x_i	n_i	$(x_i - Media)/\sigma_x$	$[(x_i - Media)/\sigma_x] n_i$	$[(x_i - Media)/\sigma_x]^2$	$[(x_i - Media)/\sigma_x]^2 n_i$
1	7	-1,3	-9,0	1,7	11,7
2	3	-0,9	-2,6	0,7	2,2
3	5	-0,4	-2,2	0,2	0,9
4	11	0,0	0,0	0,0	0,0
5	7	0,4	3,0	0,2	1,3
6	4	0,9	3,4	0,7	3,0
8	2	1,7	3,4	3,0	5,9
13	1	3,9	3,9	15,0	15,0
Totale	40		0,0		40,0

Le variabili standardizzate presentano per definizione media pari a 0 e varianza pari a 1.

In questo caso la proprietà viene rispettata.

$$\mu = \Sigma[(x_i - Media)/\sigma_i] n_i / \Sigma n_i = 0/40 = 0$$

$$\text{varianza} = \{\Sigma[(x_i - Media)/\sigma_i]^2 n_i\} / \Sigma n_i = 40/40 = 1$$