

CORSO DI STATISTICA (parte 1) - ESERCITAZIONE 1

Dott.ssa Antonella Costanzo

a.costanzo@unicas.it

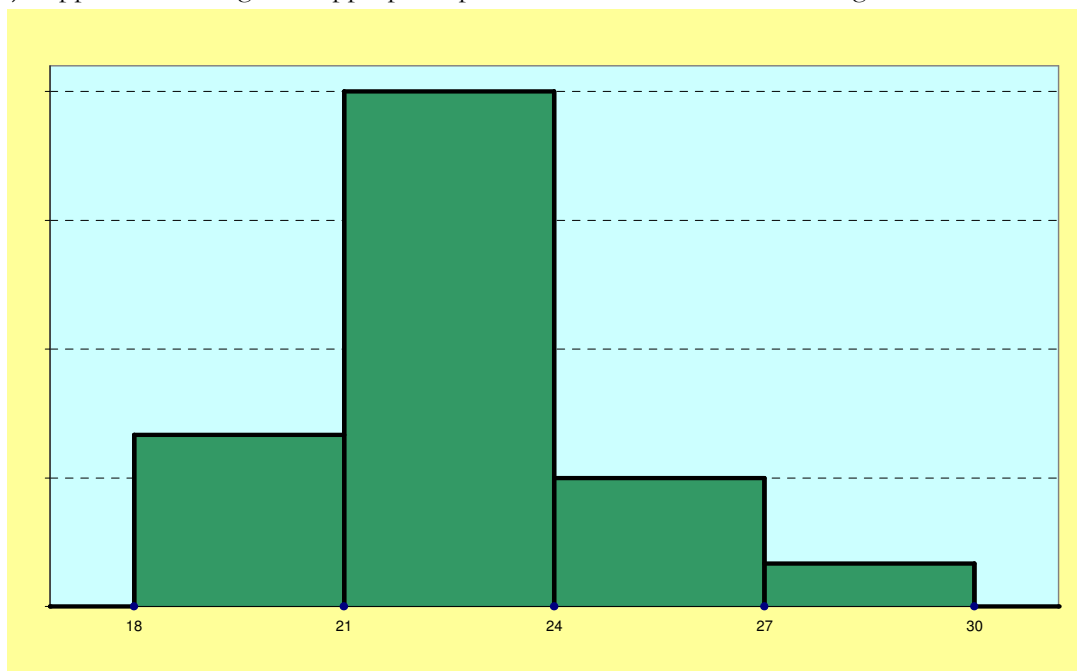
Esercizio 1. Distribuzione di frequenza per dati in classi, rappresentazione mediante istogramma, calcolo della media e verifica delle proprietà della media aritmetica

La tabella seguente contiene informazioni relativamente ai voti riportati da 100 studenti all'esame di matematica

Voto all'esame	[18,21)	[21,24)	[24,27)	[27,30)	Totale
c_i	19.5	22.5	25.5	28.5	
n_i	20	60	15	5	100
f_i	0.2	0.6	0.15	0.05	1

- Descrivere mediante una rappresentazione grafica appropriata a variabile Voto all'esame.
- Calcolare la percentuale di studenti che hanno riportato un voto minore di 27.
- Calcolare inoltre il numero di studenti che ha riportato un voto almeno pari a 24
- Calcolare la percentuale di studenti che ha ottenuto un voto minore di 24 oppure almeno pari a 27
- Calcolare la media aritmetica della variabile Voto all'esame
- Verificare la proprietà di baricentricità della media aritmetica
- Nell'ipotesi che il docente di matematica decida di incrementare di 1.5 punti il voto all'esame di ciascuno studente calcolare la media del voto all'esame riportato dagli studenti
- Tutti gli studenti che hanno sostenuto l'esame, intendono partecipare ad un bando di concorso che attribuisce la possibilità di effettuare un periodo di studi presso la LSE di Londra. Tra gli adempimenti necessari per espletare la procedura di selezione, si richiede all'Università di Cassino di riportare la media dei voti ottenuti all'esame di matematica (originali) degli studenti partecipanti secondo la scala di valutazione vigente in UK per cui 1 punto di voto in Italia equivale a 0.8 punti di voto secondo il sistema inglese. Quale sarà la media dei voti all'esame di matematica che sarà comunicata dall'Università di Cassino?

a) Rappresentazione grafica appropriata per la variabile Voto all'esame: istogramma



b) per calcolare la percentuale di studenti che hanno riportato un voto minore di 27 si può procedere in due modi: ricorrendo alle F_i in tabella di frequenza oppure ragionando direttamente a partire dall'istogramma.

Voto all'esame	[18,21)	[21,24)	[24,27)	[27,30)	Totale
n_i	20	60	15	5	100
f_i	0.2	0.6	0.15	0.05	1
N_i	20	80	95	100	
F_i	0.2	0.8	0.95	1	

In maniera equivalente: ragionando direttamente sull'istogramma le basi di ogni rettangolo rappresentano l'ampiezza delle classi, l'altezza corrisponde alla frequenza (assoluta o relativa) trattandosi di classi equiampie.

La percentuale di studenti che ha riportato un voto minore di 27 è dato dalla somma delle frequenze associate alle prime tre classi diviso per il numero totale degli studenti $\frac{20+60+15}{100} = 0.95$ ossia il 95%

c) il numero di studenti con un voto almeno pari a 24 si calcola come: $1-N(24)=1-80=20$ oppure sommando le frequenze associate alle ultime due classi $15+5=20$

d) la percentuale di studenti con un voto minore di 24 oppure almeno pari a 27:

percentuale studenti con voto almeno pari a 27=5%
percentuale di studenti con voto minore di 24=80%

quindi la percentuale di studenti con un voto minore di 24 oppure almeno pari a 27 è dato dalla somma: $5\%+80\%=85\%$

Nota operativa: a partire dalle frequenze cumulate (assolute o relative) è possibile risalire per differenza alle frequenze semplici (assolute o relative)

e) Media del Voto all'esame: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c_i n_i = \frac{1}{100} (19.5 * 20 + 22.5 * 60 + 25.5 * 15 + 28.5 * 5) = 22.65$

f) Per dati organizzati in classi, dobbiamo dimostrare che vale la seguente:

$$\sum_{i=1}^n (c_i - \mu) f_i = 0$$

$$(19.5 - 22.65)0.2 + (22.5 - 22.65)0.60 + (25.5 - 22.65)0.15 + (28.5 - 22.65)0.05 = 0$$

g) In questo caso dobbiamo verificare la proprietà di invarianza a trasformazioni lineari del tipo $Y=a+bX$ dove a = coefficiente di traslazione e b = coefficiente di scala.

Se il docente ritiene di aumentare tutti i voti di 1.5 punti vuol dire che la variabile X voto all'esame sarà soggetta ad una trasformazione lineare del tipo $Y=a+X$.

Ricordando che per la proprietà di linearità della media aritmetica la media di un carattere Y ottenuto attraverso una trasformazione lineare del tipo $Y=a+bX$ di un carattere X di media μ è pari a:

$$\mu_y = a + b\mu_x$$

Nel nostro caso:

$a = 1.5, b = 1$ (traslazione $Y=a+X$ dove a =fattore di traslazione)

$$\mu_{voti+1.5pt} = 1.5 + 1\mu = 1.5 + 22.65 = 24.15$$

h) Sfruttando la proprietà di invarianza a trasformazioni lineari (in particolare di omogeneità) della media aritmetica possiamo dire che nel nostro caso:

$b = 0.8$ (trasformazione di scala del tipo $Y=bX$, b =fattore di scala)

$$\mu_{voti(sistema UK)} = b\mu_{voti(sistema ITA)} = 0.8(22.65) = 18.12$$