

# Esercitazione 2 del corso di Statistica (parte 1)

Dott.ssa Paola Costantini

31 Gennaio 2012

## Esercizio 1

Verificare la proprietà di linearità della media aritmetica

Giulio, Marco e Paola non riescono proprio a ragionare in euro. Alla fine di ogni mese di guardano quanto hanno guadagnato in media. Alla fine del mese di gennaio 2002, quando ricevono la loro prima busta paga con lo stipendio scritto solo in euro, per calcolare la media hanno bisogno di convertire i loro stipendi in lire.

Giulio conosce la proprietà di linearità della media aritmetica, quindi prima calcola lo stipendio medio in euro:

$$\mu_x = \frac{(1050,00 + 1130,00 + 1099,00)}{3} = 1093,00\text{€}$$

e poi fa la conversione in lire, cioè applica  $\mu_x = c \cdot \mu_x + d$  con  $c=1936,27$  e  $d=0$

La media aritmetica è lineare, cioè è invariante per trasformazioni lineari di dati. Effettuiamo una trasformazione lineare  $y_i = c \cdot x_i + d$  dove **c** e **d** sono due costanti

"c" indica il cambiamento dell'unità di misura

"d" indica la traslazione

$$\mu_x = 1936,27 \cdot 1093 = 2116343\text{Lire}$$

Marco e Paola non conoscono la proprietà di linearità della media e impiegano più tempo (e fanno più conti) per arrivare allo stesso risultato di Giulio.

Prima convertono i loro stipendi in lire e poi ne calcolano la media.

$$1936,27 \cdot 1050,00 = 2033083,5$$

$$1936,27 \cdot 1130,00 = 2187985,1$$

$$1936,27 \cdot 1099,00 = 2127960,73$$

La loro media è

$$\frac{2033083,5 + 2187985,1 + 2127960,73}{3} = \frac{6349029,33}{3} = 2116343\text{lire}$$

## Esercizio 2

Verificare la proprietà associativa della media aritmetica

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^G \mu_i n_i$$

La media generale è uguale alla media dei gruppi, ponderate per le numerosità di ciascun gruppo.

$n_j$	Rivenditore	n.bottiglie
<b>9</b>	Bar	6
	Bar	6
	Bar	5
	Bar	5
	Bar	6
	Bar	3
	Bar	5
	Bar	4
	Bar	5
		<b>45</b>
<b>9</b>	Enoteca	3
	Enoteca	6
	Enoteca	4
	Enoteca	5
	Enoteca	3
	Enoteca	4
	Enoteca	5
	Enoteca	2
	Enoteca	4
		<b>36</b>

$n_j$	Rivenditore	n.bottiglie
<b>4</b>	D. Automatico	2
	D. Automatico	5
	D. Automatico	3
	D. Automatico	6
		<b>16</b>
<b>8</b>	S.market	4
	S.market	6
	S.market	5
	S.market	2
	S.market	3
	S.market	6
	S.market	5
	S.market	1
	<b>32</b>	

$$N=30 \quad \sum x_i = 129$$

$$\mu_{\text{bar}} = \frac{1}{n_{\text{bar}}} \sum_{\text{bar}} x_{\text{bar}} = \frac{1}{9} \times 45 = 5$$

$$\mu_{\text{da}} = \frac{1}{n_{\text{da}}} \sum_{\text{da}} x_{\text{da}} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

$$\mu_{\text{col}} = \frac{1}{n_{\text{col}}} \sum_{\text{col}} x_{\text{col}} = \frac{1}{9} \times 36 = 4$$

$$\mu_{\text{sm}} = \frac{1}{n_{\text{sm}}} \sum_{\text{sm}} x_{\text{sm}} = \frac{1}{8} \times 32 = 4$$

$$\text{Media Generale} = \mu = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{129}{30} = 4,3$$

Se sappiamo solo che

Gruppi	$\mu_i$	$n_i$
<b>Bar</b>	5	9
<b>Enotecche</b>	4	9
<b>D.Automatici</b>	4	4
<b>Supermarket</b>	4	8
<b>Totale</b>		

Applicando al proprietà associativa

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^G \mu_i n_i = \frac{(\mu_{\text{bar}} \times n_{\text{bar}}) + (\mu_{\text{col}} \times n_{\text{col}}) + (\mu_{\text{da}} \times n_{\text{da}}) + (\mu_{\text{sm}} \times n_{\text{sm}})}{n}$$

$$\mu = \frac{(5 \times 9) + (4 \times 9) + (4 \times 4) + (4 \times 8)}{30} = \frac{129}{30} = 4,3$$

## Esercizio 2

Verificare la proprietà della baricentricità della media.

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = \sum_{i=1}^n x_i - n\mu = \sum_{i=1}^n x_i - n\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}\right) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

Esempio

$x_i$	$x_i - \mu$	$\mu=3220$
2500	-720	
4000	780	
3500	280	
3000	-220	
3100	-120	
somma=0		

## Esercizio 3

Calcolare la mediana e i quartili del carattere ALTEZZA.

### Mediana

Consideriamo la successione ordinata di valori del carattere:

153 156 161 164 165 165 165 167 170 170 170 170 173 175 180 180 180 188 193

Essendo N pari la mediana è ottenuta come:

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2} = \frac{10+11}{2} = 10,5 \text{ (posizione)}$$

per cui la mediana sarà pari a  $Me_1 = \frac{170+170}{2} = 170$

### Quartili

Per il calcolo del primo quartile consideriamo la mediana delle prime 20 osservazioni:

Calcolo del primo quartile:

153 156 161 164 165 165 165 167 170 170

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2} = \frac{5+6}{2} = 5,5(\text{posizione})$$

per cui il primo quartile sarà pari a  $Q_1 = \frac{165+165}{2} = 165$

In ogni caso  $Q_1$  si individua scorrendo la successione ordinata della X e corrisponde al primo valore  $x^*$  tale che  $F(x^*) \geq 0,25$

Per il calcolo del terzo quartile consideriamo la mediana delle prime 20 osservazioni:

Calcolo del terzo quartile:

170    170    170    173    (175    180)    180    180    188    193

$$Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2} = \frac{5+6}{2} = 5,5(\text{posizione})$$

per cui il terzo quartile sarà pari a  $Q_3 = \frac{175+180}{2} = 177,5$

In ogni caso  $Q_3$  si individua scorrendo la successione ordinata della X e corrisponde al primo valore  $x^*$  tale che  $F(x^*) \geq 0,75$

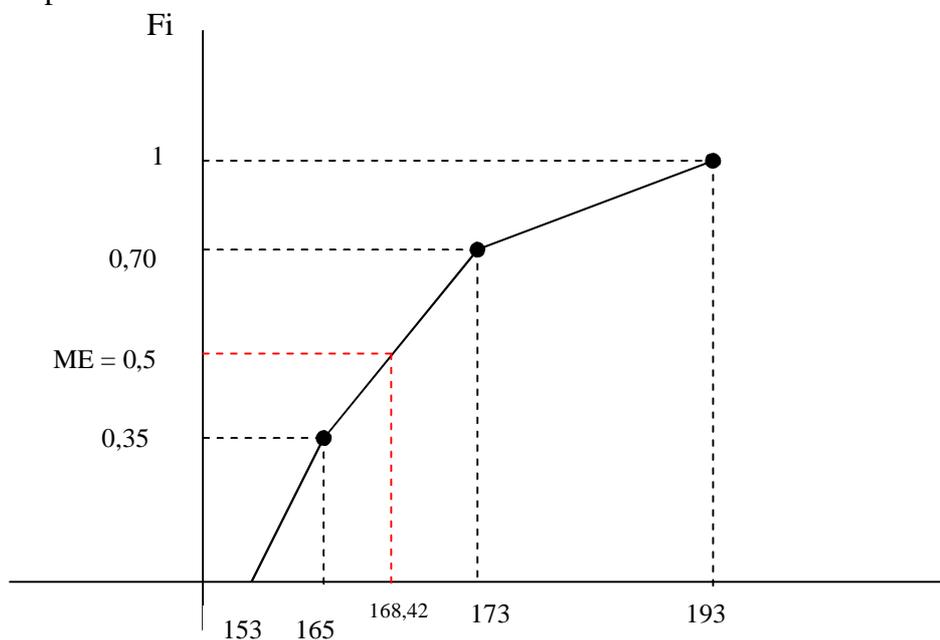
$x_i$	$n_i$	$f_i$	$F_i$	
153	1	0,05	0,05	
155	1	0,05	0,1	
161	1	0,05	0,15	
164	1	0,05	0,2	
165	3	0,15	0,35	1°quartile
167	1	0,05	0,4	
170	5	0,25	0,65	mediana
173	1	0,05	0,7	
175	1	0,05	0,75	3°quartile
180	3	0,15	0,9	
188	1	0,05	0,95	
193	1	0,05	1	
tot	20	1		

## Esercizio 4

A partire dalla distribuzione in classi della variabile Altezza ripartita in 3 classi equipfrequent, calcolare mediana, primo e terzo quartile.

$C_i$	$n_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$	$\hat{C}_i$	$a_i$	$d_i$
$C_1 = [153; 165]$	7	0,35	7	0,35	159	12	0,029
$C_2 = ] 165; 173 ]$	7	0,35	14	0,70	169	8	0,043
$C_3 = ] 173; 193 ]$	6	0,30	20	1	183	20	0,015
<b>Totali</b>	<b>20</b>	<b>1,00</b>					

Funzione di ripartizione



Il calcolo della mediana per la ripartizione di una distribuzione in classi avviene attraverso al formula:

**Mediana** 
$$Me \cong x_{Me-1} + (x_{Me} - x_{Me-1}) \frac{0,5 - F_{Me-1}}{F_{Me} - F_{Me-1}}$$

$$Me = 165 + (173 - 165) \cdot \frac{0,5 - 0,35}{0,70 - 0,35} = 168,42$$

Il calcolo del primo quartile per la ripartizione di una distribuzione in classi avviene attraverso al formula:

**Primo quartile** 
$$Q_1 \cong x_{Q_1-1} + (x_{Q_1} - x_{Q_1-1}) \frac{0,25 - F_{Q_1-1}}{F_{Q_1} - F_{Q_1-1}}$$

$$Q_1 = 153 + (165 - 153) \cdot \frac{0,25 - 0}{0,35 - 0} = 161,57$$

Il calcolo del terzo quartile per la ripartizione di una distribuzione in classi avviene attraverso al formula:

**Terzo quartile**

$$Q_3 \cong x_{Q_3-1} + (x_{Q_3} - x_{Q_3-1}) \frac{0,75 - F_{Q_3-1}}{F_{Q_3} - F_{Q_3-1}}$$

$$Q_3 = 173 + (193 - 173) \cdot \frac{0,75 - 0,70}{1 - 0,70} = 176,33$$