

Esercitazione 2 del corso di Statistica (parte 1)

Dott.ssa Paola Costantini

28 Gennaio 2011

Dataset Studenti

<i>N</i>	<i>SESSO</i>	<i>ETA'</i>	<i>PESO</i>	<i>ALTEZZA</i>	<i>DIPLOMAI</i>	<i>COMPONENTI</i>	<i>OCCHIALI</i>	<i>FUMO</i>
1	0	20,6	65	180	Ist.Tecnico	6	0	1
2	0	20,2	75	180	Liceo	4	0	0
3	0	20,3	60	173	Ist.Tecnico	4	1	0
4	0	23,9	93	187	Liceo	8	0	1
5	0	21,4	66	164	Ist.Tecnico	5	0	0
6	0	25	84	186	Ist.Tecnico	4	0	0
7	0	20,8	67	175	Altro dipl.	4	0	1
8	0	20,6	89	170	Liceo	3	1	0
9	0	27,1	71	180	Liceo	1	0	1
10	0	23,3	63	170	Liceo	4	0	0
11	1	20,5	51	161	Ist.Tecnico	4	0	1
12	1	19,1	58	167	Ist.Tecnico	5	1	1
13	1	22,1	67	165	Altro dipl.	5	1	1
14	1	21,8	51	156	Ist.Tecnico	4	0	0
15	1	19,2	60	170	Ist.Tecnico	5	1	1
16	1	20,8	55	165	Liceo	4	1	1
17	1	21	55	158	Liceo	5	1	0
18	1	20,9	58	170	Liceo	5	1	1
19	1	22,7	76	170	Liceo	6	1	0
20	1	21	55	165	Liceo	7	0	0

Esercizio 1 A partire dalla distribuzione di frequenza del carattere Altezza, calcolare la media e la moda. Elencare alcune delle proprietà della media.

Distribuzione di frequenza del carattere quantitativo *Altezza*

x_i	n_i	$(x_i - \mu)$	$(x_i - \mu)^2$
156	1	-14,6	213,16
158	1	-12,6	158,76
161	1	-9,6	92,16
164	1	-6,6	43,56
165	3	-16,8	282,24
167	1	-3,6	12,96
170	5	-3	9
173	1	2,4	5,76
175	1	4,4	19,36
180	3	28,2	795,24
186	1	15,4	237,16
187	1	16,4	268,96
totale	20	5,68434E-14	2138,32

Media aritmetica

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \times n_i}{n} = \frac{156 \times 1 + 158 \times 1 + 161 \times 1 + \dots + 187 \times 1}{20} = 170,6$$

I Proprietà) la somma algebrica degli scarti dei termini della distribuzione è uguale a zero.

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_1) = 0$$

Poiché, qualunque sia la distribuzione, solo μ gode di tale proprietà, la media aritmetica può anche definirsi come quel valore che rende nulla la somma algebrica degli scarti.

II Proprietà) la somma dei quadrati degli scarti dei termini della distribuzione della media aritmetica è un minimo rispetto alla somma dei quadrati degli scarti da qualsiasi altro valore.

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \min$$

Per qualsiasi K reale si ha che $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \leq \sum_{i=1}^N (x_i - K)^2$

Moda

$$Mo_1 = 170$$

Esercizio n. 2

Calcolare media e moda della variabile Altezza ripartita in 3 classi equipfrequentanti.

$$N/3 = 6,67$$

Per una distribuzione in classi di frequenza, la media si calcola:

C_i	n_i	f_i	N_i	F_i	\hat{x}_i	a_i	d_i
$C_1 = [156; 165]$	7	0,35	7	0,35	160,5	9	0,039
$C_2 =] 165; 173]$	7	0,35	14	0,70	169	8	0,043
$C_3 =] 173; 187]$	6	0,30	20	1	180	14	0,021
Totali	20	1,00					

Media

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^k \hat{x}_i \cdot n_i}{n}$$

dove

$$\hat{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$$

$$\mu_x = \frac{\sum_{i=1}^k (160,5 \times 7 + 169 \times 7 + 180 \times 6)}{20} = 169,3$$

Classe Modale = $C_2 =] 165; 173]$ = la classe modale è quella cui corrisponde la densità di frequenza più elevata.

Esercizio 3

Verificare la proprietà associativa della media aritmetica

- 1) Verificare la proprietà associativa della media aritmetica del carattere ALTEZZA rispetto al carattere GENERE.

Secondo il raggruppamento indotto dalle modalità del carattere GENERE, verifichiamo che la media generale dell'ALTEZZA è uguale alla media delle medie di gruppo.

MASCHI	ALTEZZA
0	180
0	180
0	173
0	187
0	164
0	186
0	175
0	170
0	180
0	170

FEMMINE	ALTEZZA
1	161
1	167
1	165
1	156
1	170
1	165
1	158
1	170
1	170
1	165

Media uomini = 176,5

Media donne 164,7

Media totale 170,6

La proprietà associativa è verificata dalla seguente uguaglianza:

$$\frac{\sum_{i=1}^3 \mu_i n_i}{n} = \frac{176,5 \cdot 10 + 164,7 \cdot 10}{20} = 170,6$$

Esercizio n 4

Calcolare la mediana e i quartili del carattere ALTEZZA.

Mediana

Consideriamo la successione ordinata di valori del carattere:

156 158 161 164 165 165 165 167 170 170 170 170 173 175 180 180 180 186 187

Essendo N pari la mediana è ottenuta come:

$$Me = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2} = \frac{10+11}{2} = 10,5(\text{posizione})$$

per cui la mediana sarà pari a $Me_1 = \frac{170+170}{2} = 170$

Quartili

Per il calcolo del primo quartile consideriamo la mediana delle prime 20 osservazioni:

Calcolo del primo quartile:

156 158 161 164 165 165 165 167 170 170

$$Q_1 = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2} = \frac{5+6}{2} = 5,5(\text{posizione})$$

per cui il primo quartile sarà pari a $Q_1 = \frac{165+165}{2} = 165$

In ogni caso Q_1 si individua scorrendo la successione ordinata della X e corrisponde al primo valore x^* tale che $F(x^*) \geq 0,25$

Per il calcolo del terzo quartile consideriamo la mediana delle prime 20 osservazioni:

Calcolo del terzo quartile:

170 170 170 173 175 180 180 180 186 187

$$Q_3 = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2} = \frac{5+6}{2} = 5,5(\text{posizione})$$

per cui il terzo quartile sarà pari a $Q_3 = \frac{175+180}{2} = 177,5$

In ogni caso Q_3 si individua scorrendo la successione ordinata della X e corrisponde al primo valore x^* tale che $F(x^*) \geq 0,75$