

Esercitazione 7 del corso di Statistica (parte 1)

Dott.ssa Paola Costantini

26 Febbraio 2009

Esercizio 1

Sullo spazio campionario:

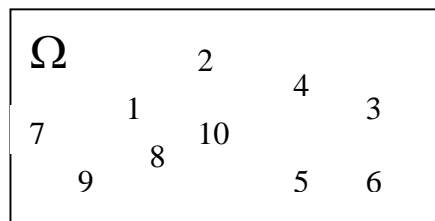
$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

considerando l'esperimento casuale "estrazione di un numero", determinare, rappresentare mediante diagrammi di Venn e calcolare la probabilità dei seguenti eventi:

- a) A = estrazione di numero pari;
- b) B = estrazione di numero dispari;
- c) C = estrazione di numero > 7
- d) Negazione di C
- e) $A \cap C$
- f) $A \cup C$

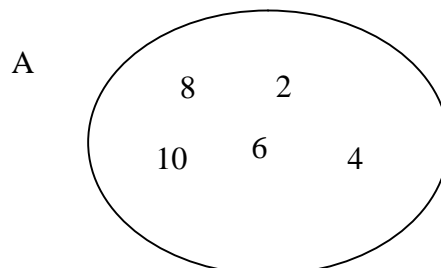
Soluzione

Lo spazio campione è rappresentato graficamente come segue:



a)

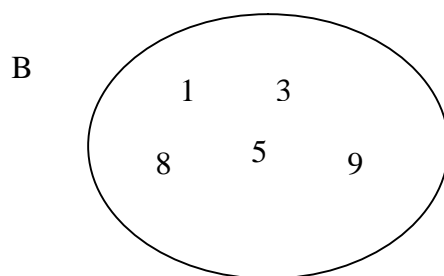
L'evento A = "estrazione di un numero pari" è costituito dagli eventi elementari: $\{2\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{8\}$, $\{10\}$ ed è rappresentato graficamente come segue:



$$P(A) = \frac{\text{numero di elementi pari}}{\text{numero totale di elementi di } \Omega} = \frac{5}{10} = 0,5$$

b)

L'evento B = "estrazione di un numero dispari" è costituito dagli eventi elementari: {1}, {3}, {5}, {7}, {9} ed è rappresentato graficamente come segue:



$$P(B) = \frac{\text{numero di elementi dispari}}{\text{numero totale di elementi di } \Omega} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Nota:

A e B rappresentano una partizione di Ω , pertanto essi sono due eventi necessari ed incompatibili. Quindi la loro unione è Ω :

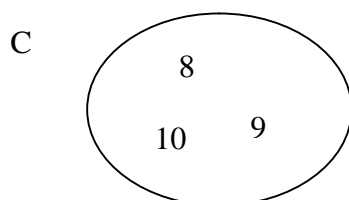
$$A \cup B = \Omega$$

mentre la loro intersezione è nulla:

$$A \cap B = \emptyset$$

c)

L'evento C = "estrazione di un numero maggiore di 7" è costituito dagli eventi elementari: {8}, {9}, {10} ed è rappresentato graficamente come segue:

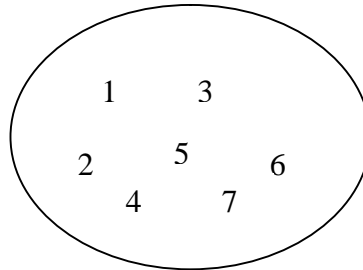


$$P(C) = \frac{\text{numero di elementi } > 7}{\text{numero totale di elementi di } \Omega} = \frac{3}{10} = 0,3$$

d)

L'evento \bar{C} è dato dagli elementi di Ω che non fanno parte di C , ossia $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}$.

D

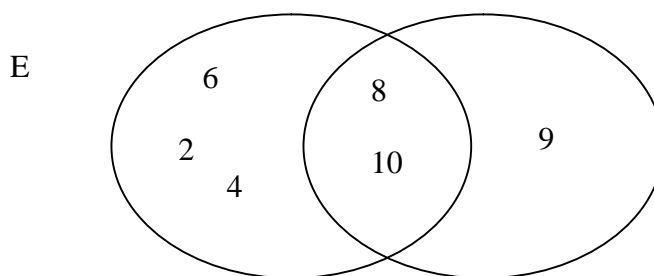


$$P(\bar{C}) = \frac{\text{numero di elementi} \leq 7}{\text{numero totale di elementi di } \Omega} = \frac{7}{10} = 0,7$$

e)

L'evento $E_1 = A \cap C$ è costituito dagli elementi che fanno parte sia di A sia di C , ossia $\{8\}, \{10\}$:

$A \cap C$



$$P(E_1) = P(A \cap C) = \frac{2}{10} = 0,2$$

Avremmo potuto calcolare $P(E_1)$ in base al Teorema delle probabilità composte:

$$P(A \cap C) = P(A | C) \times P(C) = P(C | A) \times P(A)$$

utilizzando i valori:

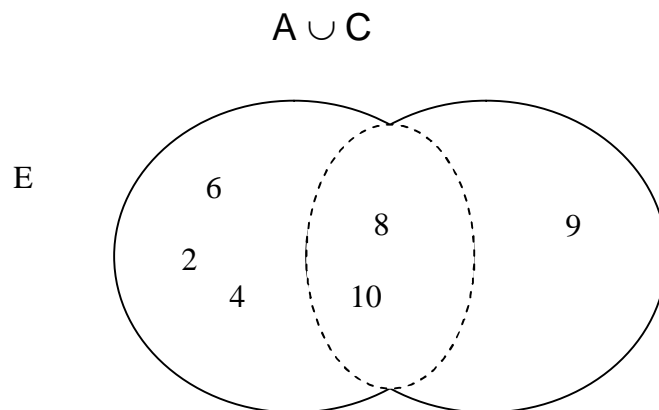
$$\begin{array}{l} P(A | C) = \frac{2}{3} \\ P(C) = \frac{3}{10} \end{array} \quad \text{ovvero} \quad \begin{array}{l} P(C | A) = \frac{2}{5} \\ P(A) = \frac{5}{10} \end{array}$$

da cui:

$$P(A \cap C) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{10} = 0,2$$

f)

L'evento $E_2 = A \cup C$ è costituito dagli elementi che fanno parte di A o di C, ossia $\{2\}$, $\{4\}$, $\{6\}$, $\{8\}$, $\{9\}$, $\{10\}$



$$P(E_2) = P(A \cup C) = \frac{6}{10} = 0,6$$

Avremmo potuto calcolare $P(E_2)$ in base al Teorema delle probabilità totali:

$$P(A \cup C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,3 - 0,2 = 0,6$$

Esercizio 2

Di due diverse lotterie sono stati venduti rispettivamente 200 e 350 biglietti. Avendo acquistato 15 biglietti dalla prima e 22 dalla seconda, in quale delle due lotterie si ha maggiore probabilità di vincere il primo premio?

Le probabilità di vittoria sono:

- prima lotteria: $15/200 = 0,075$
- seconda lotteria: $22/350 = 0,063$

Quindi si ha maggiore probabilità di vincere nella prima lotteria.

Esercizio 3

L'urna A contiene 3 palline rosse e 3 nere, l'urna B contiene 4 palline rosse e 6 nere. Calcolare:

- La probabilità di estrarre una pallina rossa dall'urna A.
- La probabilità di estrarre una pallina rossa dall'urna B.

Soluzione

Indichiamo con:

$R_A = \{ \text{la pallina estratta dall'urna A è rossa} \}$

$R_B = \{ \text{la pallina estratta dall'urna B è rossa} \}$

a) La probabilità di estrarre una pallina rossa dall'urna A è: $P(R_A) = \frac{3}{6}$

b) La probabilità di estrarre una pallina rossa dall'urna B è: $P(R_B) = \frac{4}{10}$

Esercizio 4

Si consideri un'urna contenente 30 palline di cui 3 di colore rosso e le restanti 27 di colore nero. Si prendano 3 palline (senza reimmisione) e si calcoli la probabilità che siano tutte e tre rosse.

Soluzione

La probabilità che la prima pallina estratta sia rossa è:

$$P(R_1) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$$

La probabilità che anche la seconda pallina estratta sia rossa è condizionata dal verificarsi dell'evento R_1

$$P(R_2|R_1) = \frac{2}{29} = 0,069$$

Infine, la probabilità che la terza pallina sia rossa è condizionata al verificarsi dell'evento R_1 e dell'evento R_2 (intersezione di entrambi gli eventi)

$$P(R_3|R_1 \cap R_2) = \frac{1}{28} = 0,036$$

Quindi la probabilità che le tre palline siano tutte rosse sarà pari a:

$$P(A \cap B \cap C) = P(R_1) \cdot P(R_2|R_1) \cdot P(R_3|R_1 \cap R_2) = 0,000246$$

Esercizio 5

Si consideri un campione di 300 studenti di cui si conoscono le seguenti probabilità distinte secondo il sesso (M=maschio, F=femmina) e l'età (G = di età 15-16, A = di età 17-18). Sapendo che: $P(M) = 0,50$, $P(G) = 0,6$ e che $P(G|M) = 0,70$ ricavare la distribuzione di frequenza doppia:

Sesso \ Età	M	F	Tot.
G			
A			
Tot.			300

$$P(M) = \frac{x}{300} = 0,5 \Rightarrow x = 0,50 * 300 = 150$$

$$P(G) = \frac{x}{300} = 0,6 \Rightarrow x = 0,6 * 300 = 180$$

$$P(G|M) = \frac{x/300}{150/300} = \frac{x}{150} = 0,70 \Rightarrow x = 0,70 * 150 = 105$$