Esercitazione 9 del corso di Statistica (parte 1)

Dott.ssa Paola Costantini

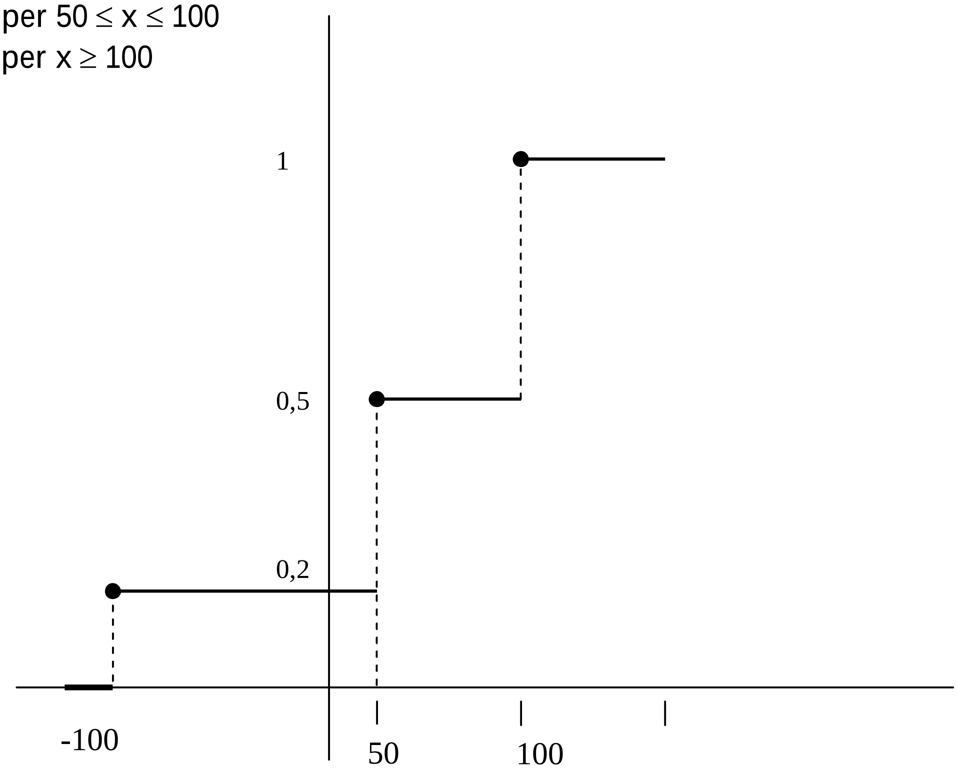
11 Marzo 2009

Esercizio 1

Un negoziante di abbigliamento ha acquistato un capo per 100 euro. Egli può rivenderlo a 200 euro prima dei saldi oppure in saldi a 150 euro, infine il capo può rimanere invenduto in magazzino. La probabilità che lo rivenda prima dei saldi è 0,50 e la probabilità che lo rivenda in saldi è 0,30. Sia X la variabile casuale che descrive il profitto del negoziante su questo capo. Se la vendita avviene prima dei saldi si ha X = 100, se la vendita avviene nel periodo dei saldi, si ha X = 50, infine se il capo resta invenduto si ha X = -100.
La funzione di probabilità di X è riportata in tabella 1.

PROFITTO	-100	50	100
Probabilita’	0,20	0,30	0,50

F(x)=0	per $x < -100$
F(x)=0,2	per $-100 \leq x \leq 50$
F(x)=0,5 (0,2 +0,3)	per $50 \leq x \leq 100$
F(x)=1	per $x \geq 100$

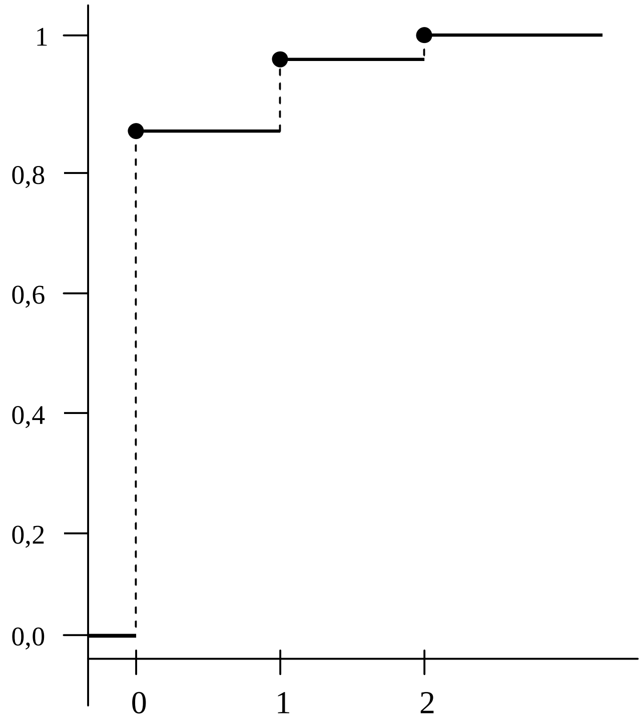


Esercizio 2

Una fabbrica produce quadri per appendere quadri e li vende in confezioni da 20. Il proprietario della fabbrica ha stimato che la probabilità che in una scatola non vi siano ganci difettosi è 0,85, la probabilità che vi sia un gancio difettoso è 0,12, e la probabilità che vi siano due ganci difettosi è 0,03.
Sia X la variabile casuale che descrive il numero di ganci difettosi, la distribuzione di X è riportata in tabella 2.

GANCI DIFETTOSI	0	1	2
Probabilita'	0,85	0,12	0,03

F(x)=0, per $x < 0$
F(x)=0,85 per $0 \le x \le 1$
F(x)=0,97 per $1 \le x \le 2$
F(x)=1 per $x \ge 2$



b. Nel caso di variabili casuali discrete il valore atteso è dato da

$$\mu = E[X] = \sum_i x_i p_i$$

Nel nostro caso abbiamo:

$$\mu = E[X] = \sum_{x=0}^{2} xP(X = x) = 0 \times 0{,}85 + 1 \times 0{,}12 + 2 \times 0{,}03 = 0{,}18$$

Tale risultato può essere interpretato nel modo seguente: se si considera un elevato numero di scatole il numero medio di ganci difettosi per scatola è 0,18.

Per le variabili casuali discrete la varianza è data da:

$$\sigma^2 = \sum_i (xi - \mu)^2 p_i$$

Nel nostro caso la varianza è data da:

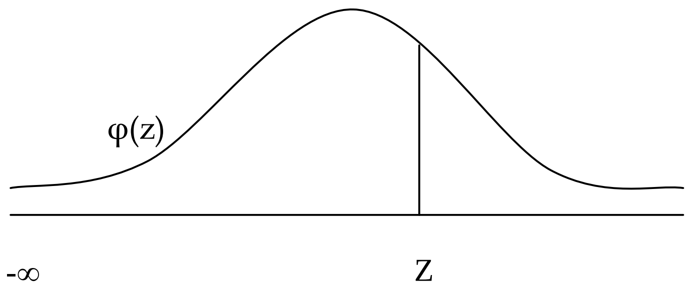
$$\sigma^2 = \sum_{x=0}^{2} (x - \mu)^2 P(X = x) = (0 - 0{,}18)^2 \times 0{,}85 + (1 - 0{,}18)^2 \times 0{,}12 + (2 - 0{,}18)^2 \times 0{,}03 = 0{,}21$$

La varianza può anche essere calcolata come differenza tra il valore atteso del quadrato di X e il quadrato della media.

$$\sigma^2 = Var(X) = E[X^2] - \mu^2$$
$$E[X^2] = 0 \times 0{,}85 + 1 \times 0{,}12 + 4 \times 0{,}03 = 0{,}24$$
$$\mu^2 = 0{,}18^2 = 0{,}03$$
$$\sigma^2 = 0{,}24 - 0{,}03 = 0{,}21$$
$$\sigma = \sqrt{\sigma_2} = 0{,}458$$

ESERCIZI SULLA V.C. NORMALE

φ(z) = P(Z≤z) con Z~N(0,1)

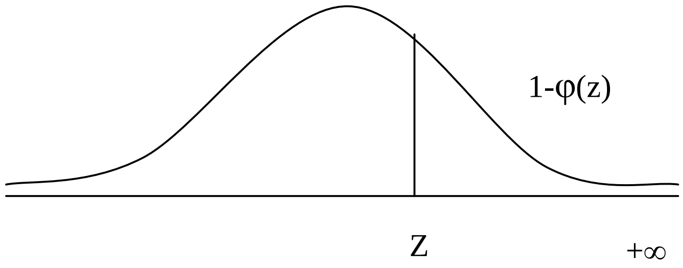


Calcolare:

P(Z ≤ 0,99) = φ(0,99) = 0,8389

P(Z ≤ 1,36) = φ(1,36) = 0,9131

$\varphi(z) = P(Z \leq z)$ con $Z \sim N(0,1)$

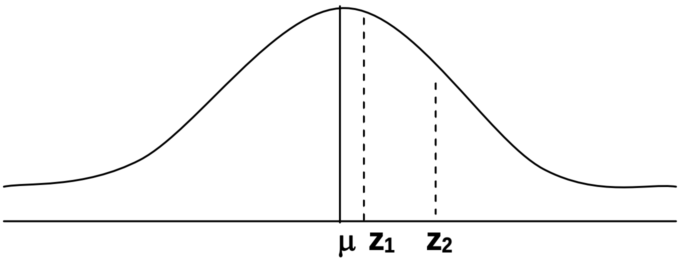


Calcolare:

$P(Z \leq 0{,}99) = \varphi(0{,}99) = 0{,}8389$

$P(Z \leq 1{,}36) = \varphi(1{,}36) = 0{,}9131$

IN UN QUALSIASI INTERVALLO



Calcolare

$P(0{,}5 < Z < 1)$ $\quad \varphi(1) = 0{,}8413$

$\varphi(0{,}5) = 0{,}6914$

$\varphi(1) - \varphi(0{,}5)$

$P(0{,}6914 < Z < 0{,}8413) = P(0{,}8413 - 0{,}6914) = 0{,}1499 \cong$ **15%**

Calcolare:

$P(0{,}63 < Z < 1{,}77)$ $\quad \varphi(1{,}77) = 0{,}9616$

$\varphi(0{,}63) = 0{,}7357$

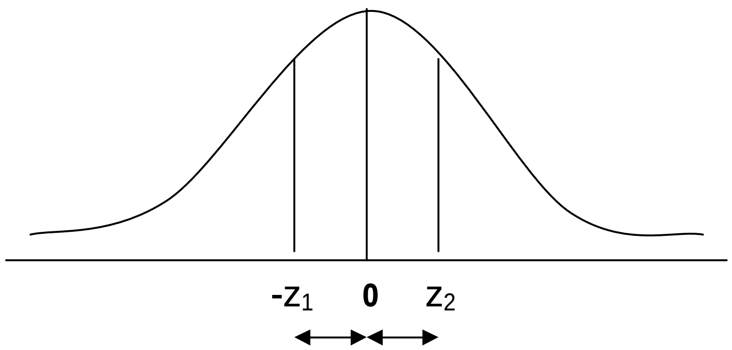
φ (1,77)- φ (0,63)
P(0,7357<Z<0,9616) = P(0,9616-0,7357 = 0,2259 $\cong$ **22%**

L'INTERVALLO E' A CAVALLO DI μ

Z~N(0,1) calcolare (z_1<Z<z_2)

P(z_1<Z< z_2) = P(z_1<Z<0)+P(0<Z< z_2)

= φ (-z_1) - φ (0) + φ (z_2) - φ (0)
= φ (-z_1) + φ (z_2) -1



Calcolare:

P(-1,1 <Z<0,35) φ (1,1) = 0,8643
φ (0,35) = 0,6368
φ (0) = 0,5

= φ (0,35) - φ (0) + φ (1,1) - φ (0)

P(-1,1 <Z<0,35) = 0,6368+0,8643-1 = **0,5**

Calcolare:

P(-1,74 <Z<0,11) φ (0,11) = 0,5438
φ (1,74) = 0,9590

φ (0) = 0,5

= φ (0,11) - φ (0) + φ (1,74) - φ (0)

P(-1,74 <Z<0,11) = 0,9590+0,5438-1 = **0,5028**

INTERVALLI NEGATIVI

Z~N(0,1) calcolare (z_1<Z< z_2) con z_1 e z_2 negativi

Ribalto l'area [-z_1,- z_2] dall'altra parte dell'asse per la SIMMETRIA della curva

$$P(z_1<z< z_2) = P(-z_2<z<- z_1)$$

Calcolare:

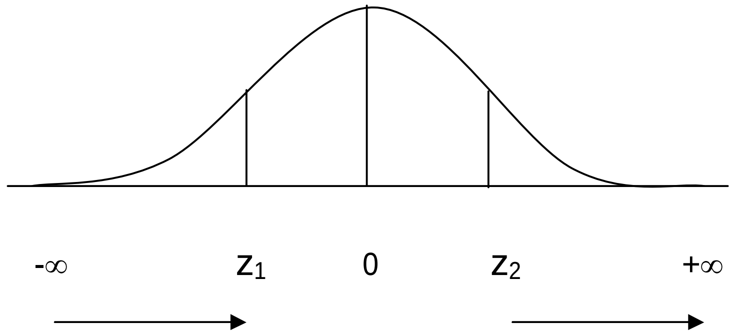
P(-0,93 <Z<-0,8) = P(0,8<Z<0,93)

φ(0,8) = 0,7881
φ(0,93) = 0,8238

P(0,8<Z<0,93) = φ (0,93) - φ (0,8) = (0,8238-0,7881) = 0,0357

INTERVALLI SULLE CODE

(-∞ ad z_1) indica la CODA SINISTRA: 1- φ(z_1)
(z_2 ad +∞) indica la CODA DESTRA: 1- φ(z_2)



Calcolare

P(Z>1,3) φ (1,3) = 0,9032

P(Z>1,3) = 1 - 0,9032 = **0,0968** ≅ **10%**

Calcolare

P(Z<2,325) φ (2,325) = punto medio tra φ (2,32) e φ (2,33)

φ (2,32) = 0,9898

φ (2,33) = 0,9901

$$\varphi(2{,}325) = \frac{0{,}9898 + 0{,}9901}{2} = 0{,}9899$$

P(Z<2,325) = 0,9899 ≅ **99%**

X~N(2;9) Calcolare P(0,412<X<3,12)

$$P(0{,}412<X<3{,}12) = P\left(\frac{0{,}412-2}{3} < Z < \frac{3{,}12-2)}{3}\right) = P(-0{,}53 < Z < 0{,}38)$$ abbiamo un estremo negativo e uno positivo

= φ (0,53) + φ (0,38) -1 = P(0,7019) + P(0,6480) – 1 = **0,35**

X~N(0;4) Calcolare P(X>4,66)

$$P(X>4{,}66) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} > \frac{4{,}66-\mu)}{\sigma}\right) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} > \frac{4{,}66-0}{2}\right) =$$

P(Z>2,33) = F(2,33) = 0,9901

P(Z>2,33) = 1-0,9901 = **0,01** ≅ **1%**