Università di Cassino

Esercitazione di Statistica 1 del 4 dicembre 2007

Dott.ssa Paola Costantini

ESERCIZIO 1

Data la variabile casuale X che assume i valori $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ rispettivamente con probabilità $p_1 = 0{,}1$, $p_2 = 0{,}3$, $p_3 = 0{,}4$, $p_4 = 0{,}2$, calcolare il valore atteso, la varianza e la moda. Infine rappresentare graficamente la distribuzione di probabilità e costruire la funzione di ripartizione della v.c. X.

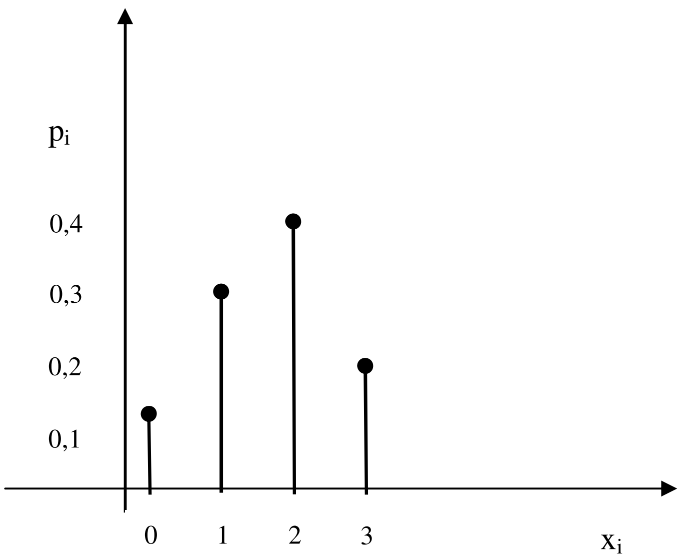
Soluzione

Il valore atteso sarà:

$$E[X] = \sum x_i * p_i = 0*0{,}1 + 1*0{,}3 + 2*0{,}4 + 3*0{,}2 = \mathbf{1{,}7}$$

La varianza sarà:

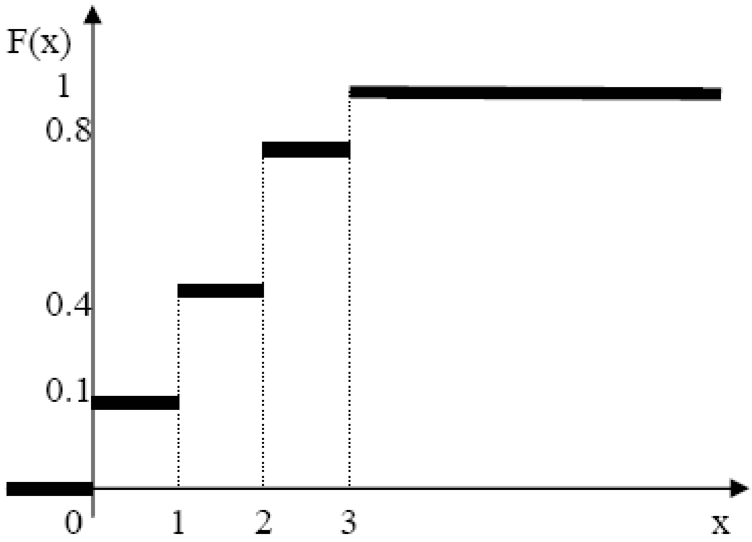
$$VAR[X] = \sum(x_i - E[X])^2 * p_i = (0-1{,}7)^2 * 0{,}1 + (1-1{,}7)^2 * 0{,}3\ (2-1{,}7)^2 * 0{,}40 + (3-1{,}7)^2 * 0{,}2 = \mathbf{0{,}81}$$



x_i	p_i
0	0,1
1	0,3
2	0,4
3	0,2

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.1 & 0 \le x < 1 \\ 0.4 & 1 \le x < 2 \\ 0.8 & 2 \le x < 3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$$

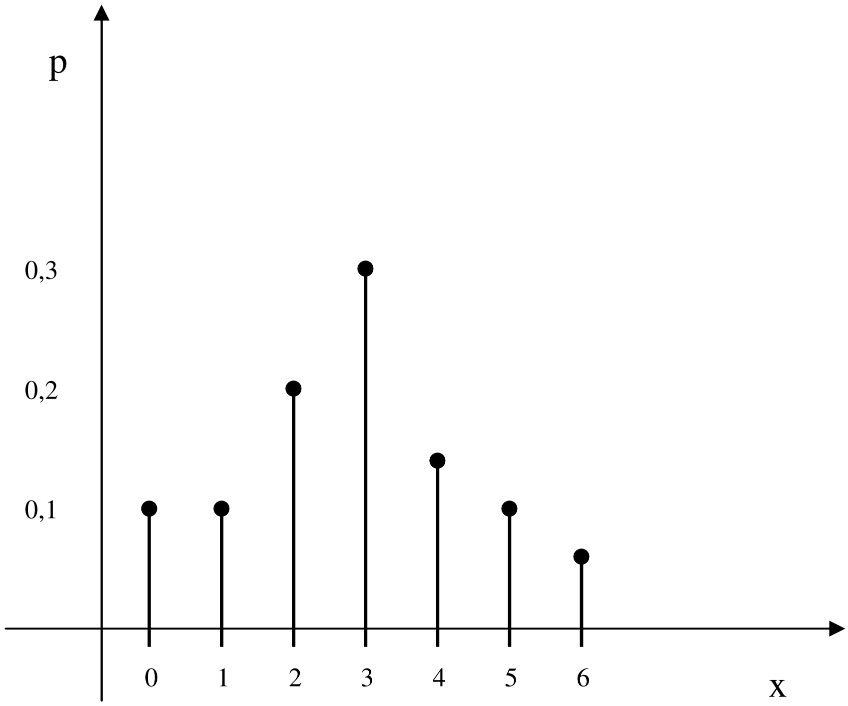
xi	pi	F(x)
0	0,1	0,1
1	0,3	0,4
2	0,4	0,8
3	0,2	1



ESERCIZIO N. 2

Nella tabella successiva è riportata la distribuzione del numero di ipoteche approvate settimanalmente da parte di una banca. Nella prima colonna della tabella sono elencate tutte le possibili modalità, nella seconda si hanno le probabilità associate a ciascuna di esse.

Numero ipoteche	Probabilità
0	0,10
1	0,10
2	0,20
3	0,30
4	0,15
5	0,10
6	0,05



Il valore atteso sarà:

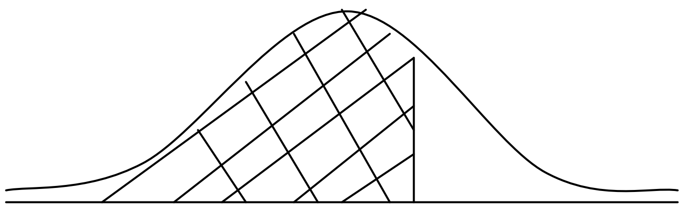
$$E[X] = \Sigma\, x_i * p_i = 0 * 0,1 + 1 * 0,1 + 2 * 0,2 + 3 * 0,3 + 4 * 0,15 + 5 * 0,1 + 6 * 0,05 + = \mathbf{2,8}$$

$$VAR[X] = \Sigma(x_i - E\,[X])^2 * p_i = (0-2,8)^{2*}0,1+(1-2,8)^{2*}0,1+(2-2,8)^{2*}0,2+(3-2,8)^{2*}0,3 +$$

$$+ (4-2,8)^{2*}0,15+(5-2,8)^{2*}0,1+(6-2,8)^{2*}0,05 = \mathbf{2,46}$$

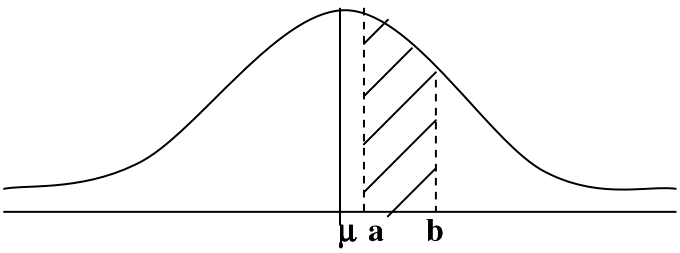
ESERCIZI SULLA V.C. NORMALE

F(z) = P(Z≤z) con Z~N(0,1)



-∞ Z

IN UN QUALSIASI INTERVALLO



1) Calcolare:

P(0,5 <Z<1) F(1) = 0,8413
F(0,5) = 0,6914

F(1)- F(0,5)

P(0,6914<Z<0,8413) = P(0,8413-0,6914) = 0,1499 ≅ **15%**

2) Calcolare:

P(0,63 <Z<1,77) F(1,77) = 0,9616
F(0,63) = 0,7357

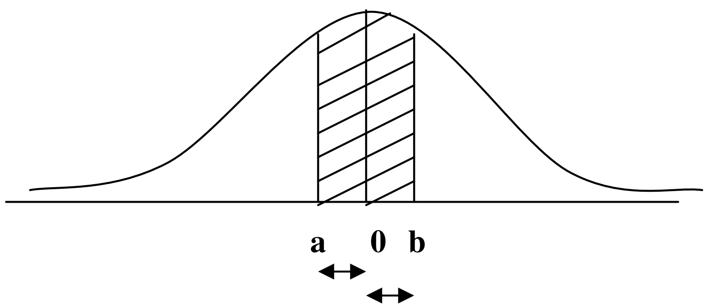
F(1,77)- F(0,63)
P(0,7357<Z<0,9616) = P(0,9616-0,7357 = 0,2259 ≅ **22%**

L'INTERVALLO E' A CAVALLO DI μ

Z~N(0,1) calcolare (a<Z<b)

P(a<Z<b) = P(a<Z<0)+P(0<Z<b)

= F(-a) - F(0) + F(b) - F(0)
= F(-a) + F(b) -1



3) Calcolare:

$P(-1{,}1 < Z < 0{,}35)$ $F(1{,}1) = 0{,}8643$
$F(0{,}35) = 0{,}6368$
$F(0) = 0{,}5$

= $F(0{,}35) - F(0) + F(1{,}1) - F(0)$

$P(-1{,}1 < Z < 0{,}35) = 0{,}6368+0{,}8643-1 =$ **0,5**

4) Calcolare:

$P(-1{,}74 < Z < 0{,}11)$ $F(0{,}11) = 0{,}5438$
$F(1{,}74) = 0{,}9590$
$F(0) = 0{,}5$

= $F(0{,}11) - F(0) + F(1{,}74) - F(0)$

$P(-1{,}74 < Z < 0{,}11) = 0{,}9590+0{,}5438-1 =$ **0,5028**

INTERVALLI NEGATIVI

$Z \sim N(0,1)$ calcolare $(a<Z<b)$ con a e b negativi

Ribalto l'area [-a,-b] dall'altra parte dell'asse per la SIMMETRIA della curva

$$P(a<z<b) = P(-b<z<-a)$$

5) Calcolare:

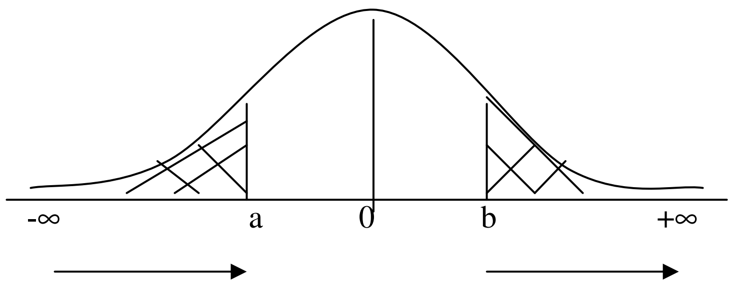
P(-0,93 <Z<-0,8) = P(0,8<Z<0,93)

F(0,8) = 0,7881
F(0,93) = 0,8238

P(0,8<Z<0,93) = F(0,93) - F(0,8) = (0,8238-0,7881) = 0,0357

INTERVALLI SULLE CODE

(-∞ ad a) indica la CODA SINISTRA: 1- F(a)
(b ad +∞) indica la CODA DESTRA: 1- F(b)



6) Calcolare

P(Z>1,3) F(1,3) = 0,9032

P(Z>1,3) = 1 - 0,9032 = **0,0968 ≅ 10%**

7) Calcolare

P(Z<2,325) F(2,325) = punto medio tra F(2,32) e F(2,33)
F(2,32) = 0,9898
F(2,33) = 0,9901

$$F(2,325) = \frac{0,9898 + 0,9901}{2} = 0,9899$$

P(Z<2,325) = 0,9899 ≅ **99%**

8) X~N(2;9) Calcolare P(0,412<X<3,12)

$P(0{,}412<X<3{,}12) = P\left(\frac{0{,}412-2}{3} < Z < \frac{3{,}12-2)}{3}\right) = P(-0{,}53 < Z < 0{,}38)$ abbiamo un estremo negativo e uno positivo

$= F(0{,}53) + F(0{,}38) - 1 = P(0{,}7019) + P(0{,}6480) - 1 = \mathbf{0{,}35}$

9) X~N(0;4) Calcolare P(X>4,66)

$P(X>4{,}66) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} > \frac{4{,}66-\mu)}{\sigma}\right) = P\left(\frac{x-\mu}{\sigma} > \frac{4{,}66-0}{2}\right) =$

$P(Z>2{,}33) = F(2{,}33) = 0{,}9901$

$P(Z>2{,}33) = 1-0{,}9901 = \mathbf{0{,}01} \cong \mathbf{1\%}$

10) Una ditta confeziona frutta sciroppata in scatola il cui peso è distribuito come una Normale con media uguale a 500 grammi e scarto quadratico medio pari a 8 grammi.

Determinare la probabilità che ci sia una scatola con peso compreso tra 480 e 490 gr.

$P(480 \leq X \leq 490)$

$P(0{,}412<X<3{,}12) = P\left(\frac{480-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{490-\mu}{\sigma}\right) \quad P\left(\frac{480-500}{8} \leq Z \leq \frac{490-500}{8}\right)$

$= P(-2{,}5 \leq Z \leq -1{,}25)$ tenendo conto della simmetria della distribuzione normale si ha

$F(-1{,}25) - F(-2{,}25) = F(2{,}25) - F(1{,}25)$

$F(2{,}25) - F(1{,}25) = 0{,}9938 - 0{,}8943 = 0{,}0995 \cong \mathbf{0{,}10\%}$

11) Le altezze dei giocatori delle squadre di calcio di un campionato sono distribuite normalmente con media 178 cm e scarto quadratico medio di 8 cm.

Determinare:

a) *la probabilità che un giocatore abbia altezza inferiore a 170 cm;*

b) la probabilità che un giocatore abbia altezza superiore a 190 cm;

a) Il valore standardizzato che corrisponde a 170 cm è:

$$Z = \frac{170 - 178}{8} = -1$$

Per la simmetria della curva P(Z < -1) = P(Z > 1) = 1 - F(1) = 1- 0,84134 = **0,15866 ≅ 16%**

b) Il valore standardizzato che corrisponde a 190 cm è:

$$Z = \frac{190 - 178}{8} = 1,5$$

P(Z > 1,5) = 1 - F(1,5) = 1- 0,9332 = **0,0668 ≅ 7%**