

Università di Cassino
Corso di Statistica
Esercitazione del 22 gennaio 2010

Simona Balzano

L'ISTAT pubblica i dati Namea (National Accounting Matrix including Environmental Accounts) per tutte le regioni italiane relativi alle emissioni atmosferiche causate dalle attività produttive (imprese) e dalle attività di consumo dei nuclei familiari (famiglie).

I dati riguardano:

- aggregati economici:
valore aggiunto,
unità di lavoro a tempo pieno,
spesa delle famiglie;

- pressioni ambientali:

emissioni di dieci inquinanti atmosferici:

anidride carbonica (CO₂),
protossido di azoto (N₂O),
metano (CH₄),
ossidi di azoto (NO_x),
ossidi di zolfo (SO_x),
ammoniaca (NH₃),
composti organici volatili non metanici (COVNM),
monossido di carbonio (CO),
particolato (PM₁₀),
piombo (Pb);

indici aggregati delle emissioni per le tematiche ambientali:

effetto serra,
acidificazione,
ozono troposferico.

Un estratto della tabella di dati (nome del file: "Dataset Emissioni atmosferiche.xls") è scaricabile all'indirizzo:

<http://areadocenti.eco.unicas.it/balzano>

alla voce: "Consultazione materiale didattico".

La seguente tabella contiene alcuni dati relativi alle famiglie:

Regione	Spesa delle famiglie (Miliardi di euro)	Monossido di carbonio (Migliaia di tonnellate di CO)	Effetto serra (modificato) (Milioni di tonnellate di CO ₂)
Piemonte	68	180,93	11
Valle d'Aosta	3	7,51	1
Lombardia	154	343,57	24
Veneto	75	198,42	11
Friuli Venezia Giulia	19	71,18	3
Liguria	27	105,99	3
Emilia Romagna	73	167,37	11
Toscana	59	185,63	9
Umbria	12	39,07	2
Marche	22	72,82	3
Lazio	86	235,62	9
Abruzzo	16	54,41	2
Molise	4	12,22	1
Campania	63	247,17	7
Puglia	46	157,65	7
Basilicata	6	20,36	1
Calabria	23	75,54	2
Sicilia	57	225,51	7
Sardegna	20	93,83	2
Trentino Alto Adige	18	37,50	3

Principale notazione

X = carattere osservato

n = numero di osservazioni

k = numero di modalità/intensità di X

x_i = modalità/intensità i -ma di X

n_i = frequenza assoluta di x_i

f_i = frequenza relativa di x_i

b_i = ampiezza della classe i -ma

h_i = densità di frequenza (altezza) della classe i -ma

Esercizio 1

Si prenda in considerazione il carattere EFFETTO SERRA al fine di:

- determinare la distribuzione di frequenza;
- calcolare la media aritmetica;
- verificare la proprietà che la somma degli scarti dalla media aritmetica è nulla.

Soluzione

a)

la distribuzione di frequenza del carattere EFFETTO SERRA è la seguente:

x_i	n_i	f_i	F_i
1	3	0,15	0,15
2	4	0,2	0,35
3	4	0,2	0,55
7	3	0,15	0,7
9	2	0,1	0,8
11	3	0,15	0,95
24	1	0,05	1
	20	1	

b)

La media aritmetica è calcolata come segue:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \sum_{i=1}^k x_i f_i = 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,2 + 7 \cdot 0,15 + 9 \cdot 0,1 + 11 \cdot 0,15 + 24 \cdot 0,05 = \\ &= 0,15 + 0,4 + 0,6 + 1,05 + 0,9 + 1,65 + 1,2 = 5,95\end{aligned}$$

In modo equivalente:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 24 \cdot 1}{20} \\ &= \frac{3 + 8 + 12 + 21 + 18 + 33 + 24}{20} = \frac{119}{20} = 5,95\end{aligned}$$

c)

La proprietà dice che $\sum_{i=1}^k (x_i n_i - \bar{x}) = 0$

Verifica:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^k (x_i n_i - \bar{x}) &= (1 - 5,95) \cdot 3 + (2 - 5,95) \cdot 4 + (3 - 5,95) \cdot 4 + (7 - 5,95) \cdot 3 + \\ &+ (9 - 5,95) \cdot 2 + (11 - 5,95) \cdot 3 + (24 - 5,95) \cdot 1 = \\ &= (-4,95) \cdot 3 + (-3,95) \cdot 4 + (-2,95) \cdot 4 + (1,05) \cdot 3 + (3,05) \cdot 2 + (5,05) \cdot 3 + (18,05) \cdot 1 = \\ &= -14,85 - 15,8 - 11,80 + 3,15 + 6,10 + 15,15 + 18,05 = 0\end{aligned}$$

Esercizio 2

Si prenda in considerazione il carattere MONOSSIDO DI CARBONIO al fine di:

- suddividere la distribuzione in 4 classi equiampie e disegnare l'istogramma;
- calcolarne la media aritmetica;
- suddividere la distribuzione in 5 classi equifrequenti e disegnare l'istogramma;
- calcolarne la media aritmetica.

Soluzione

a)

$$n = 20$$

$$k = 4$$

L'ampiezza costante b_i delle $k = 4$ classi è:

$$b_i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{343,6 - 7,5}{4} = 84,02$$

Gli estremi delle classi sono:

$$x_0 = x_{\min} = 7,5$$

$$x_1 = x_0 + b_i = 7,5 + 84,02 = 91,5$$

$$x_2 = x_1 + b_i = 91,5 + 84,02 = 175,5 +$$

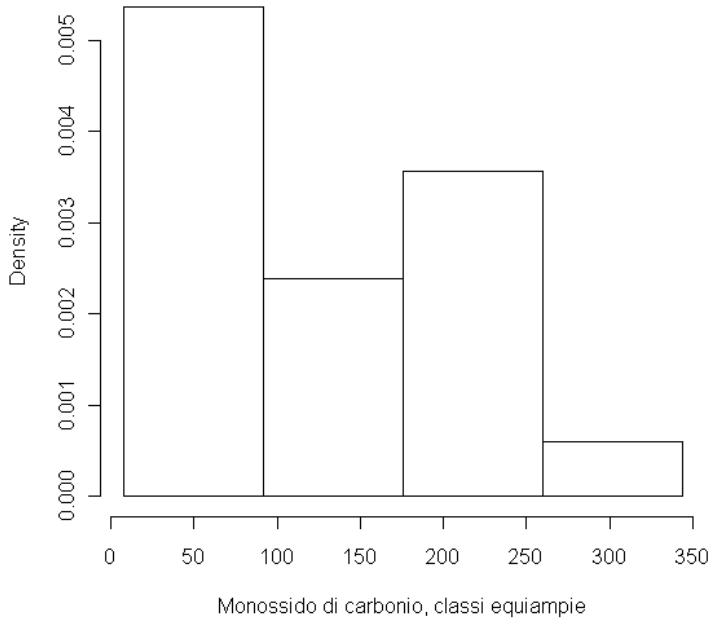
$$x_3 = x_2 + b_i = 175,5 + 84,02 = 259,6$$

$$x_4 = x_3 + b_i = 259,6 + 84,02 = 343,6 = x_{\max}$$

La distribuzione di frequenza è la seguente:

$X_{i-1} - X_i$	n_i	f_i	F_i
7,5 - 91,5	9	0,45	0,45
91,5 - 175,5	4	0,2	0,65
175,5 - 259,6	6	0,3	0,95
259,6 - 343,6	1	0,05	1
	20	1	

Histogram of CO



b)

Per calcolare la media di un carattere suddiviso in classi è necessario determinare i valori centrali vc delle classi:

$$vc_i = \frac{X_{i-1} + X_i}{2}$$

Quindi:

$$vc_1 = \frac{x_0 + x_1}{2} = \frac{7,5 + 91,5}{2} = 49,5$$

$$vc_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{91,5 + 175,5}{2} = 133,5$$

$$vc_3 = \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{175,5 + 259,6}{2} = 217,5$$

$$vc_4 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{259,6 + 343,6}{2} = 301,6$$

La media aritmetica è, dunque:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k vc_i f_i = 49,5 \cdot 0,45 + 133,5 \cdot 0,2 + 217,5 \cdot 0,3 + 301,6 \cdot 0,05 = 129,33$$

c)

$$n = 20$$

$$k = 4$$

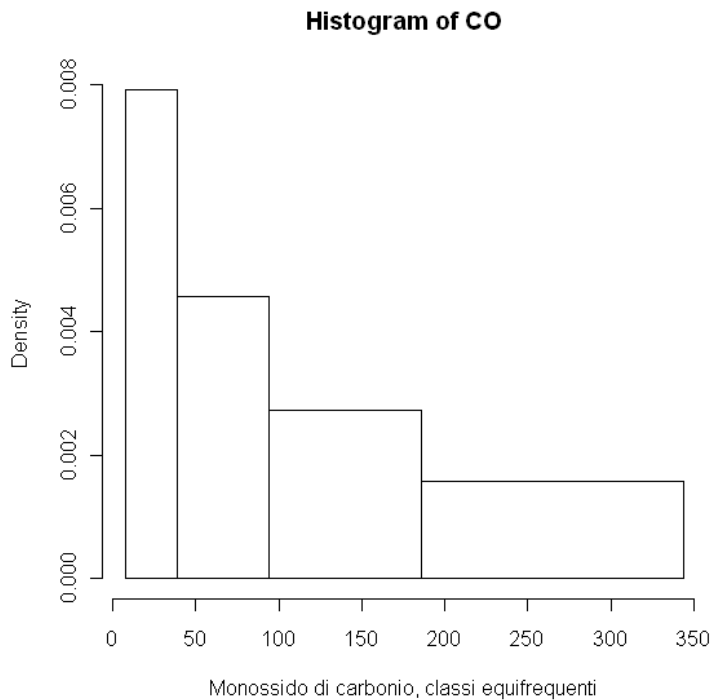
$$n_i = 5$$

La successione ordinata dei valori è:

7.5 12.2 20.4 37.5 39.1 54.4 71.2 72.8 75.5 93.8
 106.0 157.7 167.4 180.9 185.6 198.4 225.5 235.6 247.2 343.6

Poiché le classi devono avere la stessa frequenza, gli estremi vengono individuati contando le unità statistiche fino a raggiungere tale frequenza.

$x_{i-1} - x_i$	n_i	f_i	F_i	vc_i	b_i	h_i
7,5 - 39,1	5	0,25	0,25	23,3	31,6	0,007922
39,1 - 93,8	5	0,25	0,5	66,4	54,8	0,004565
93,8 - 185,6	5	0,25	0,75	139,7	91,8	0,002723
185,6 - 343,6	5	0,25	1	264,6	157,9	0,001583
	20	1				



d)

La media aritmetica è la seguente:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k v c_i f_i = 23,3 \times 0,25 + 66,4 \times 0,25 + 139,7 \times 0,25 + 264,6 \times 0,25 =$$

$$= 5.82 + 16.61 + 34.93 + 66.15 = 123,52$$

Esercizio 3

Si consideri il carattere SPESA DELLE FAMIGLIE:

- a) suddividere la distribuzione in 5 classi equifrequenti:
- b) calcolare la media aritmetica.

Soluzione

a)

$$n = 20$$

$$k = 5$$

$$n_i = 4$$

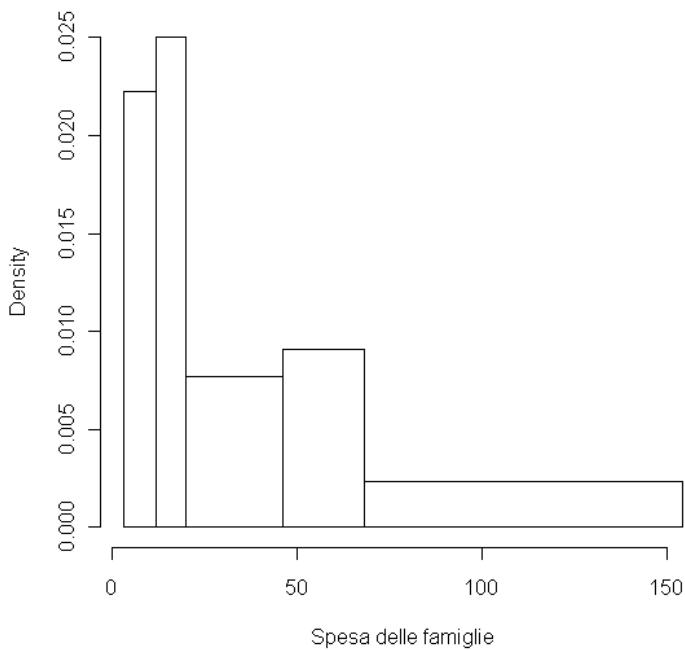
La successione ordinata dei valori è:

3 4 6 12 16 18 19 20 22 23
 27 46 57 59 63 68 73 75 86 154

Individuati gli estremi delle 5 classi, contando tanti valori quante sono le frequenze costanti in ogni classe, la distribuzione di frequenza è la seguente:

$X_{i-1} - X_i$	n_i	f_i	F_i	vc_i	b_i	h_i
3 - 12	4	0,2	0,2	7,5	9	0,022222
12 - 20	4	0,2	0,4	16	8	0,025
20 - 46	4	0,2	0,6	33	26	0,007692
46 - 68	4	0,2	0,8	57	22	0,009091
68 - 154	4	0,2	1	111	86	0,002326
	20	1				

Histogram of spesa



b)

La media aritmetica è:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^k vc_i f_i = (7,5 + 16 + 33 + 57 + 111) \times 0,2 =$$

$$= 1,5 + 3,2 + 6,6 + 11,4 + 22,2 = 44,9$$