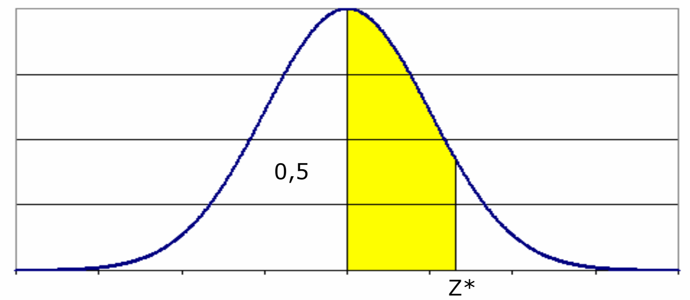
Università di Cassino

Esercitazione di Statistica 1 del 5 dicembre 2006

Dott.ssa Simona Balzano

Nota:

Nelle soluzioni di questa esercitazione si fa riferimento ad una tavola della Normale standard dove la cella che corrisponde all'incrocio dei due valori la cui somma è z* contiene la probabilità che Z sia compresa tra 0 e z*, ossia l'area gialla rappresentata in figura:




**Esercizio 1**

Il peso di un campione di bambini di età compresa tra 12 e 15 anni è distribuito normalmente con media 50 e varianza 100, trovare:

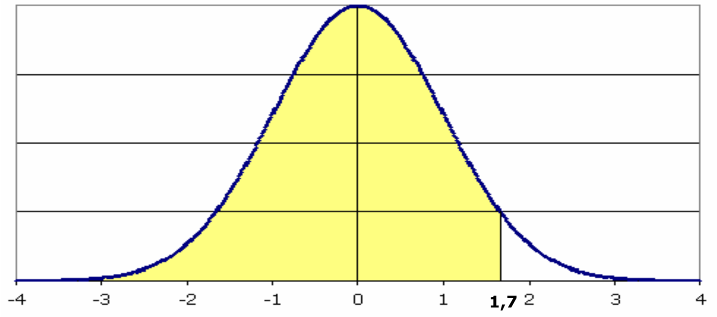
a) $P(X \leq 67)$
b) $P(X > 55)$
c) $P(X \leq 47)$
d) $P(X > 42)$
e) $P(58 \leq X \leq 67)$
f) $P(38 \leq X \leq 47)$
g) $P(48 \leq X \leq 57)$

**Soluzione**

$X \sim N(50, 100)$

**a)**

$$P(X \le 67) = P(Z \le z_{67}) = P\left(Z \le \frac{67-50}{10}\right) = P(Z \le 1{,}7)$$

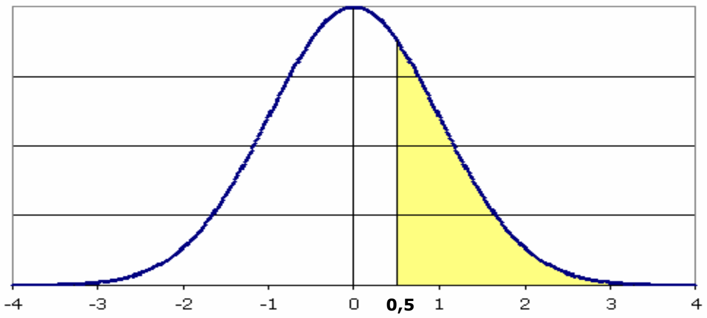



| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | ... | ... |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | ... | ... |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | ... | ... |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | ... | ... |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z \le 1{,}7) = 0{,}5 + 0{,}4554 =$ **0,9554**

**b)**

$$P(X > 55) = P(Z > z_{55}) = P\left(Z > \frac{55-50}{10}\right) = P(Z > 0{,}5)$$

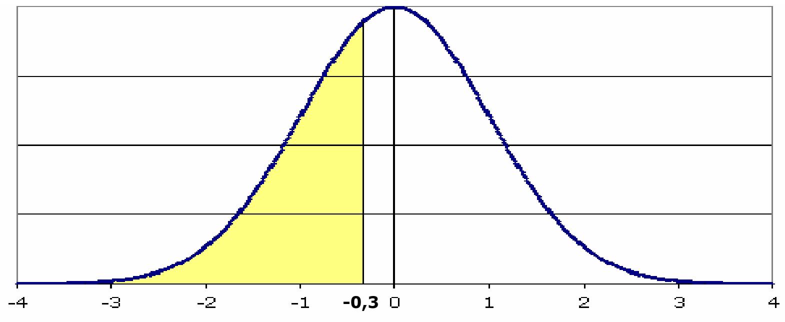



| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | ... | ... |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | ... | ... |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | ... | ... |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | ... | ... |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | ... | ... |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | ... | ... |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z > 0{,}5) = 0{,}5 - P(0 \le Z \le 0{,}5) = 0{,}5 - 0{,}1915 =$ **0,3085**

**c)**

$$P(X \le 47) = P(Z \le z_{47}) = P\left(Z \le \frac{47-50}{10}\right) = P(Z \le -0{,}3)$$

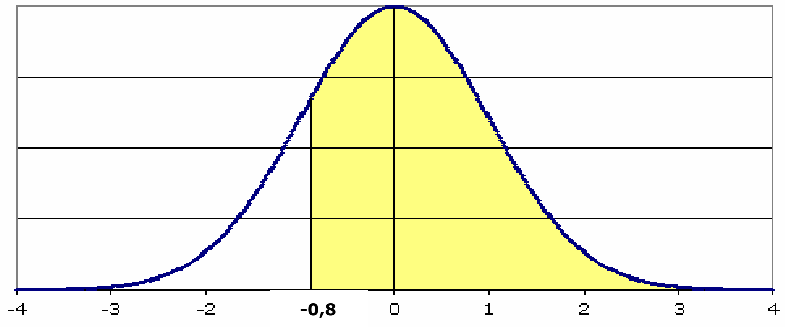



| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | ... | ... |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | ... | ... |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | ... | ... |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | ... | ... |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | ... | ... |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | ... | ... |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z \le -0{,}3) = P(Z > 0{,}3) = 0{,}5 - P(0 \le Z \le 0{,}3) = 0{,}5 - 0{,}1179 =$ **0,3821**

**d)**

$$P(X > 42) = P(Z > z_{42}) = P\left(Z > \frac{42-50}{10}\right) = P(Z > -0{,}8)$$



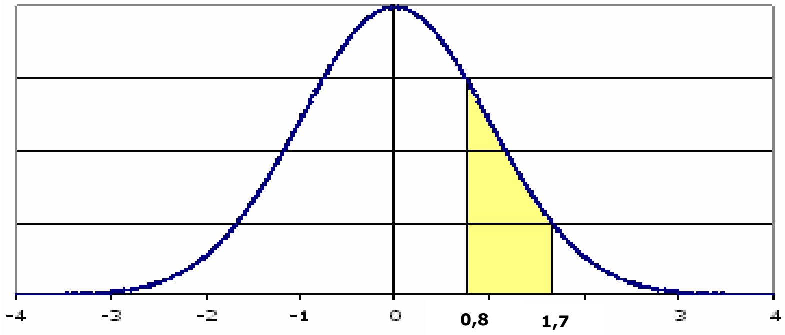

| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | ... | ... |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | ... | ... |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | ... | ... |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | ... | ... |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z > -0{,}8) = P(Z \le 0{,}8) = 0{,}5 + 0{,}2881 =$ **0,7881**

**e)**

$P(58 \leq X \leq 67) = P(z_{58} \leq Z \leq z_{67})$

$z_{58} = \dfrac{58 - 50}{10} = 0{,}8\,;\qquad z_{67} = \dfrac{67 - 50}{10} = 1{,}7$



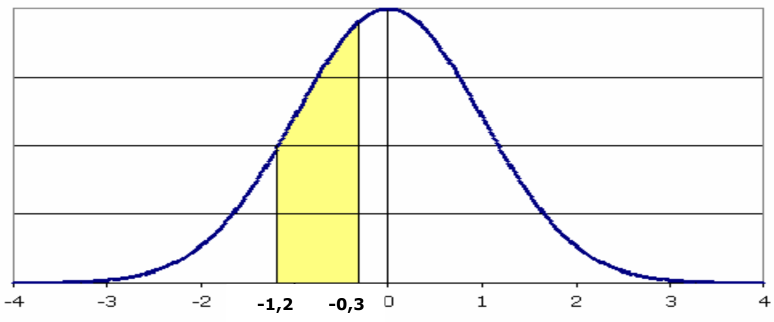

| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | ... | ... |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | ... | ... |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | ... | ... |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | ... | ... |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | ... | ... |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | ... | ... |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | ... | ... |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | ... | ... |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(0{,}8 \leq Z \leq 1{,}7) = P(0 \leq Z \leq 1{,}7) - P(0 \leq Z \leq 0{,}8) = 0{,}4554 - 0{,}2881 =$ **0,1673**

**f)**

$P(38 \leq X \leq 47) = P(z_{38} \leq Z \leq z_{47})$

$z_{38} = \dfrac{38 - 50}{10} = -1{,}2\,;\qquad z_{47} = \dfrac{47 - 50}{10} = -0{,}3$



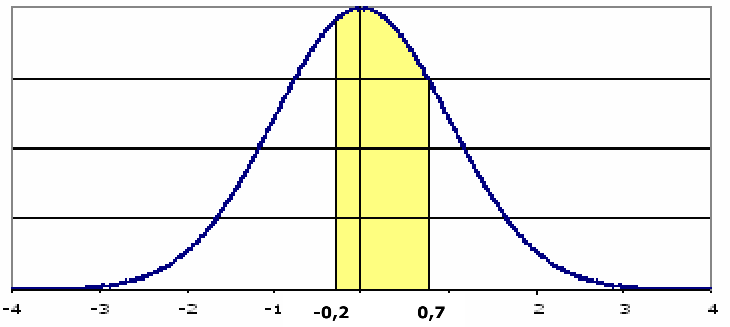
| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | ... | ... |
| **0,1** | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | ... | ... |
| **0,2** | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | ... | ... |
| **0,3** | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | ... | ... |
| **0,4** | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | ... | ... |
| **0,5** | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | ... | ... |
| **...** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| **1,0** | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | ... | ... |
| **1,1** | 0,3643 | 0,3665 | 0,3686 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | ... | ... |
| **1,2** | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | ... | ... |
| **1,3** | 0,4032 | 0,4049 | 0,4066 | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | ... | ... |
| **1,4** | 0,4192 | 0,4207 | 0,4222 | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | ... | ... |
| **...** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(-1{,}2 \leq Z \leq -0{,}3) = P(0 \leq Z \leq 1{,}2) - P(0 \leq Z \leq 0{,}3) = 0{,}3849 - 0{,}1179 =$
$= \mathbf{0{,}267}$

**g)**

$P(48 \leq X \leq 57) = P(z_{48} \leq Z \leq z_{57})$

$$z_{48} = \frac{48-50}{10} = -0{,}2\,; \qquad z_{67} = \frac{57-50}{10} = 0{,}7$$




| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | ... | ... |
| **0,1** | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | ... | ... |
| **0,2** | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | ... | ... |
| **0,3** | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | ... | ... |
| **0,4** | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | ... | ... |
| **0,5** | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | ... | ... |
| **0,6** | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | ... | ... |
| **0,7** | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | ... | ... |
| **0,8** | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | ... | ... |

$P(-0{,}2 \leq Z \leq 0{,}7) = P(0 \leq Z \leq 0{,}7) + P(0 \leq Z \leq 0{,}2) = 0{,}2580 + 0{,}0793 =$
$= \mathbf{0{,}3373}$

## Esercizio 5

Data una variabile X distribuita normalmente con media 40 e varianza 25, determinare:

a) il valore x* di X tale che P(X > x*) = 0,2;
b) il valore x* di X tale che P(X ≤ x*) = 0,9;
c) la differenza interquartile di X;
d) il primo ed il nono decile di X.

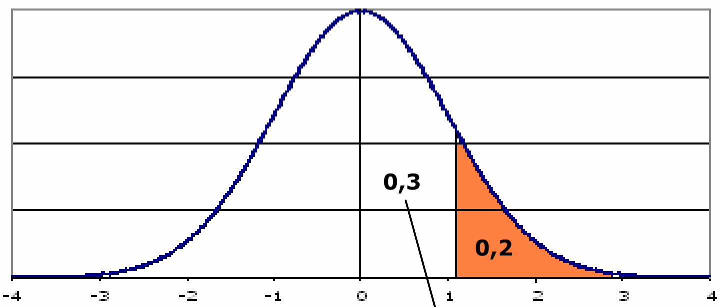
## Soluzione

X ~ N(40, 25)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \Rightarrow x = z \cdot \sigma + \mu$$

**a)**

$x^* = x : (P(X > x^*) = 0,2) = z_{1-0,2} \cdot \sigma + \mu$



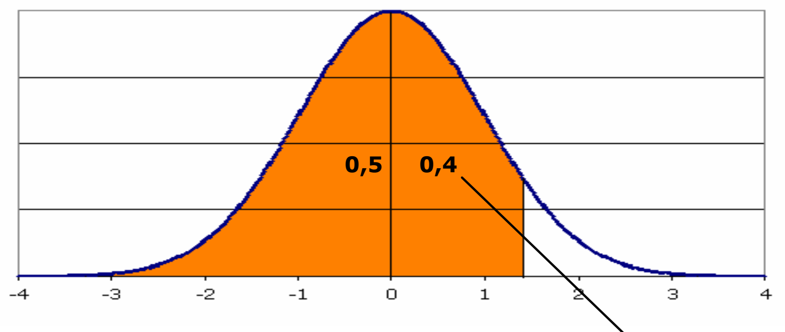

| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | | |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | | |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | | |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | | |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | | |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3686 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | | |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | | |

$Z_{0,8}$ = z* : (P(Z > z*) = 0,2) =
= z* : (P(Z ≤ z*) = 0,8) =
= z* : (P(0 ≤ Z ≤ z*) = 0,3) =
= 0,84

$$x^* = 0,84 \times 5 + 40 = \mathbf{44,2}$$

**b)**

$x^* = x : P(X \leq x^*) = 0{,}9 = z_{0,9} \cdot \sigma + \mu$




| z | ... | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,0 | ... | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | ... | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | ... | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | ... | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | ... | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$z_{0,9} = z^* : (P(Z \leq z^*) = 0{,}9) =$
$= z^* : (P(0 \leq Z \leq z^*) = 0{,}4) =$
$= 1{,}28$

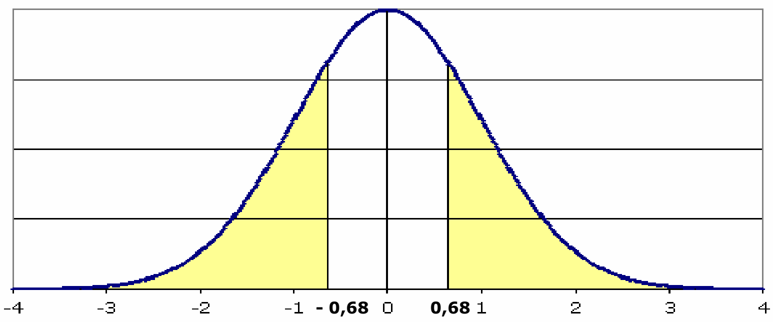
$$x^* = 1{,}28 \times 5 + 40 = \mathbf{46{,}4}$$

**c)**

| z | ... | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0,4 | ... | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | 0,1844 | 0,1879 |
| 0,5 | ... | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | 0,2190 | 0,2224 |
| 0,6 | ... | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | 0,2454 | 0,2486 | 0,2517 | 0,2549 |
| 0,7 | ... | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | 0,2764 | 0,2794 | 0,2823 | 0,2852 |
| 0,8 | ... | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | 0,3078 | 0,3106 | 0,3133 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$z_{0,75} = z^* : (P(Z \leq z^*) = 0{,}75) =$
$= z^* : (P(0 \leq Z \leq z^*) = 0{,}25) = 0{,}68$

$z_{0,25} = z^* : (P(Z \leq z^*) = 0{,}25) = -\,0{,}68$

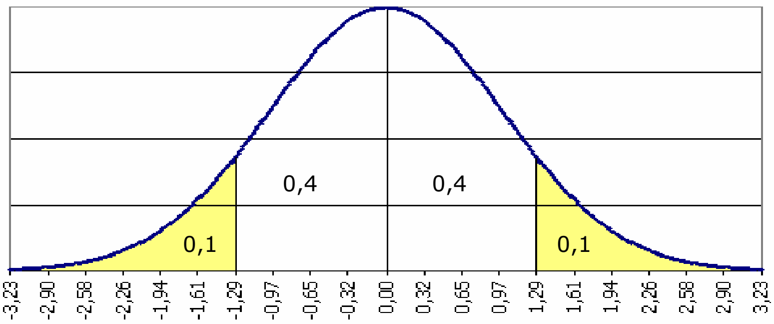



$Q_3 = z_{0,75} \cdot \sigma + \mu = 0{,}68 \times 5 + 40 = 43{,}4$

$Q_1 = z_{0,25} \cdot \sigma + \mu = -\ 0{,}68 \times 5 + 40 = 36{,}6$

$Q_3 - Q_1 = 43{,}4 - 36{,}6 =$ **6,8**

**d)**




| z | ... | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,0 | ... | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | ... | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | ... | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | ... | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | ... | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$z_{0,9} = 1{,}29$;  $z_{0,1} = -\ 1{,}29$

$d_1 = z_{0,1} \cdot \sigma + \mu = -1{,}29 \times 5 + 40 = 33{,}55$

$d_9 = z_{0,9} \cdot \sigma + \mu = 1{,}29 \times 5 + 40 = 46{,}45$

**Esercizio 6**

Il tempo di attesa ad uno sportello bancomat si distribuisce normalmente come media 1 e scarto quadratico medio 2.
Qual è la probabilità che un servizio richieda:

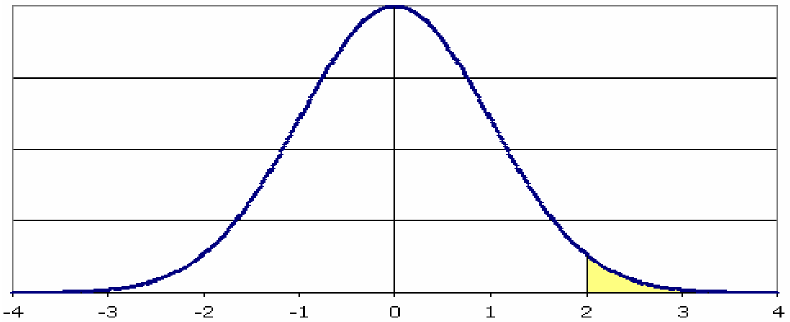
a) più di 5 minuti
b) meno di 2 minuti
c) fra i 3 e i 6 minuti
d) al massimo 3 minuti?

**Soluzione**

$X \sim N(1;\ 4)$
$\sigma = 2$

**a)**

$$P(X > 5) = P\left(Z > \frac{5-1}{2}\right) = P(Z > 2)$$

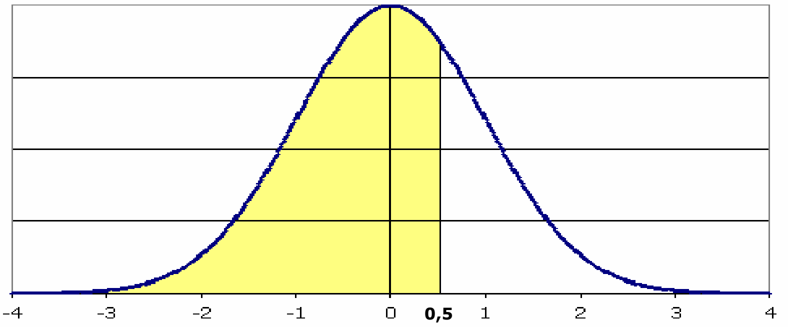



| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | ... | ... |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | ... | ... |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | ... | ... |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | ... | ... |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z > 2) = 0,5 - P(z \leq 2) = 0,5 - 0,4772 =$ **0,1228**

**b)**

$$P(X \le 2) = P\left(Z \le \frac{2-1}{2}\right) = P(Z \le 0{,}5)$$

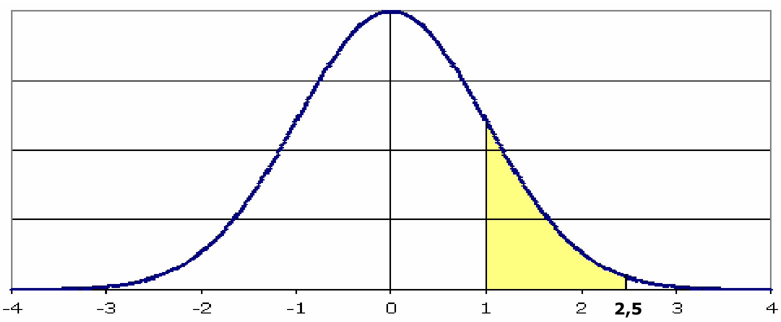



| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | ... | ... |
| **0,1** | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | ... | ... |
| **0,2** | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | ... | ... |
| **0,3** | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | ... | ... |
| **0,4** | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | ... | ... |
| **0,5** | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | ... | ... |
| **0,6** | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | ... | ... |
| **0,7** | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | ... | ... |
| **...** | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z \le 0{,}5) = 0{,}5 + 0{,}1915 =$ **0,6915**

**c)**

$$P(3 \le X \le 6) = P\left(\frac{3-1}{2} \le Z \le \frac{6-1}{2}\right) = P(1 \le Z \le 2{,}5)$$

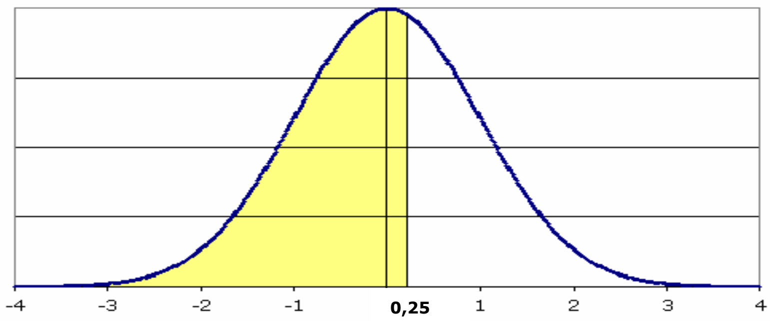


| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | ... |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | ... |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | ... |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3686 | 0,3708 | 0,3729 | ... |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2,3 | 0,4893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | ... |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | ... |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | ... |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | ... |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$$P(1 \le Z \le 2{,}5) = P(0 \le Z \le 2{,}5) - P(0 \le Z \le 1) =$$
$$= 0{,}4938 - 0{,}3413 = \mathbf{0{,}1525}$$

**d)**

$$P(X \le 3) = P\left(Z \le \frac{0{,}5-1}{2}\right) = P(Z \le -0{,}25)$$




| z | | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | ... | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | ... |
| 0,1 | ... | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | 0,0636 | 0,0675 | ... |
| 0,2 | ... | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | 0,1026 | 0,1064 | ... |
| 0,3 | ... | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | 0,1406 | 0,1443 | ... |
| 0,4 | ... | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | ... |
| 0,5 | ... | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$$P(Z \le -0{,}25) = 0{,}5 + P(0 \le Z \le 0{,}25) = 0{,}5 + 0{,}0987 = \mathbf{0{,}5987}$$

**Esercizio 7**

Supposto che il tempo di durata di un macchinario segua una distruzione normale con media pari a 400 settimane e varianza pari a 900 settimane calcolare:

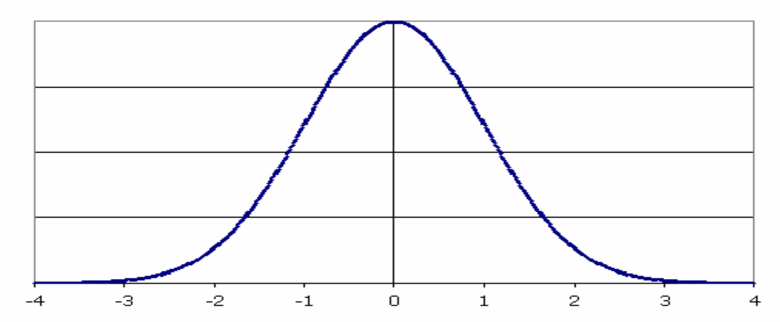
a) la probabilità che duri più di 490 settimane
b) la probabilità che duri tra le 340 e le 460 settimane
c) determinare la durata in settimane al di sopra della quale si trova il 10% dei macchinari

**Soluzione**

$X \sim N\,(400;\,900)$
$\sigma = 30$

**a)**

$$P(X > 490) = P\left(Z > \frac{490 - 400}{30}\right) = P(Z > 3)$$

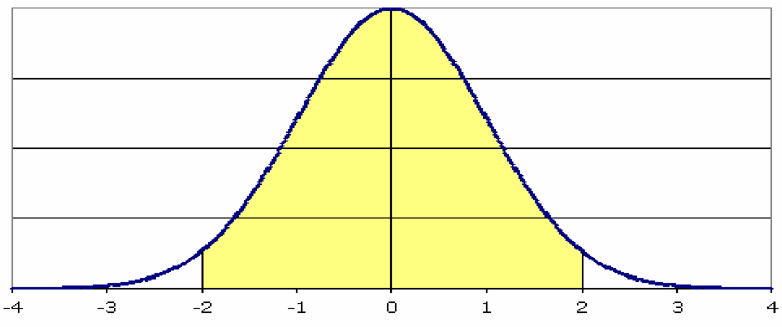



| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | ... |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4984 | ... |
| 3,0 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4988 | 0,4988 | ... |
| 3,1 | 0,4990 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4992 | ... |
| 3,2 | 0,4993 | 0,4993 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(Z > 3) = 0{,}5 - P(0 \leq Z \leq 3) = 0{,}5 - 0{,}4987 =$ **0,013**

**b)**

$$P(340 \leq X \leq 460) = P\left(\frac{340 - 400}{30} \leq Z \leq \frac{460 - 400}{30}\right) = P\,(-2 \leq Z \leq 2) =$$



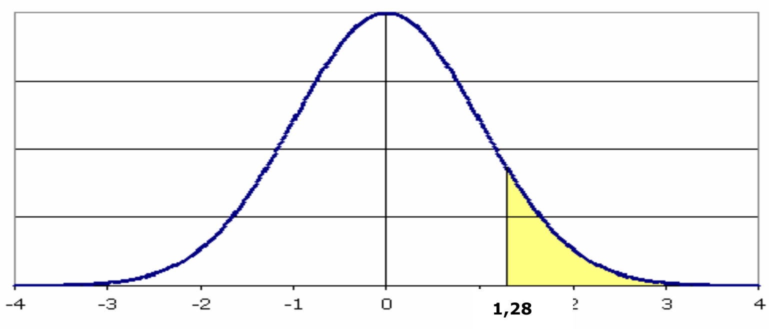

| z | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | ... |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | ... |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | ... |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | ... |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

$P(-2 \leq Z \leq 2) = 2 \times 0{,}4772 = 0{,}9544$

**c)**

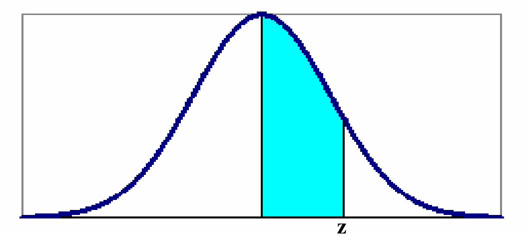
$z_{0,9}$ $= z^* : (P(Z > z^*) = 0{,}1) =$
$= z^* : (P(Z \leq z^*) = 0{,}9) =$
$= z^* : (P(0 \leq Z \leq z^*) = 0{,}4 =$
$= 1{,}28$

| z | ... | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 1,0 | ... | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | ... | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | ... | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | ... | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | ... | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |




$x_{0,9} = z_{0,9} \cdot \sigma + \mu = 1{,}28 \times 30 + 400 = 438{,}4$

## ALLEGATO: Tavola della Normale standard: $P(0 \le Z \le z)$




| | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,0000 | 0,0040 | 0,0080 | 0,0120 | 0,0160 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | 0,0319 | 0,0359 |
| 0,1 | 0,0398 | 0,0438 | 0,0478 | 0,0517 | 0,0557 | 0,0596 | 0,0636 | 0,0675 | 0,0714 | 0,0753 |
| 0,2 | 0,0793 | 0,0832 | 0,0871 | 0,0910 | 0,0948 | 0,0987 | 0,1026 | 0,1064 | 0,1103 | 0,1141 |
| 0,3 | 0,1179 | 0,1217 | 0,1255 | 0,1293 | 0,1331 | 0,1368 | 0,1406 | 0,1443 | 0,1480 | 0,1517 |
| 0,4 | 0,1554 | 0,1591 | 0,1628 | 0,1664 | 0,1700 | 0,1736 | 0,1772 | 0,1808 | 0,1844 | 0,1879 |
| 0,5 | 0,1915 | 0,1950 | 0,1985 | 0,2019 | 0,2054 | 0,2088 | 0,2123 | 0,2157 | 0,2190 | 0,2224 |
| 0,6 | 0,2257 | 0,2291 | 0,2324 | 0,2357 | 0,2389 | 0,2422 | 0,2454 | 0,2486 | 0,2517 | 0,2549 |
| 0,7 | 0,2580 | 0,2611 | 0,2642 | 0,2673 | 0,2704 | 0,2734 | 0,2764 | 0,2794 | 0,2823 | 0,2852 |
| 0,8 | 0,2881 | 0,2910 | 0,2939 | 0,2967 | 0,2995 | 0,3023 | 0,3051 | 0,3078 | 0,3106 | 0,3133 |
| 0,9 | 0,3159 | 0,3186 | 0,3212 | 0,3238 | 0,3264 | 0,3289 | 0,3315 | 0,3340 | 0,3365 | 0,3389 |
| 1,0 | 0,3413 | 0,3438 | 0,3461 | 0,3485 | 0,3508 | 0,3531 | 0,3554 | 0,3577 | 0,3599 | 0,3621 |
| 1,1 | 0,3643 | 0,3665 | 0,3686 | 0,3708 | 0,3729 | 0,3749 | 0,3770 | 0,3790 | 0,3810 | 0,3830 |
| 1,2 | 0,3849 | 0,3869 | 0,3888 | 0,3907 | 0,3925 | 0,3944 | 0,3962 | 0,3980 | 0,3997 | 0,4015 |
| 1,3 | 0,4032 | 0,4049 | 0,4066 | 0,4082 | 0,4099 | 0,4115 | 0,4131 | 0,4147 | 0,4162 | 0,4177 |
| 1,4 | 0,4192 | 0,4207 | 0,4222 | 0,4236 | 0,4251 | 0,4265 | 0,4279 | 0,4292 | 0,4306 | 0,4319 |
| 1,5 | 0,4332 | 0,4345 | 0,4357 | 0,4370 | 0,4382 | 0,4394 | 0,4406 | 0,4418 | 0,4429 | 0,4441 |
| 1,6 | 0,4452 | 0,4463 | 0,4474 | 0,4484 | 0,4495 | 0,4505 | 0,4515 | 0,4525 | 0,4535 | 0,4545 |
| 1,7 | 0,4554 | 0,4564 | 0,4573 | 0,4582 | 0,4591 | 0,4599 | 0,4608 | 0,4616 | 0,4625 | 0,4633 |
| 1,8 | 0,4641 | 0,4649 | 0,4656 | 0,4664 | 0,4671 | 0,4678 | 0,4686 | 0,4693 | 0,4699 | 0,4706 |
| 1,9 | 0,4713 | 0,4719 | 0,4726 | 0,4732 | 0,4738 | 0,4744 | 0,4750 | 0,4756 | 0,4761 | 0,4767 |
| 2,0 | 0,4772 | 0,4778 | 0,4783 | 0,4788 | 0,4793 | 0,4798 | 0,4803 | 0,4808 | 0,4812 | 0,4817 |
| 2,1 | 0,4821 | 0,4826 | 0,4830 | 0,4834 | 0,4838 | 0,4842 | 0,4846 | 0,4850 | 0,4854 | 0,4857 |
| 2,2 | 0,4861 | 0,4864 | 0,4868 | 0,4871 | 0,4875 | 0,4878 | 0,4881 | 0,4884 | 0,4887 | 0,4890 |
| 2,3 | 0,4893 | 0,4896 | 0,4898 | 0,4901 | 0,4904 | 0,4906 | 0,4909 | 0,4911 | 0,4913 | 0,4916 |
| 2,4 | 0,4918 | 0,4920 | 0,4922 | 0,4925 | 0,4927 | 0,4929 | 0,4931 | 0,4932 | 0,4934 | 0,4936 |
| 2,5 | 0,4938 | 0,4940 | 0,4941 | 0,4943 | 0,4945 | 0,4946 | 0,4948 | 0,4949 | 0,4951 | 0,4952 |
| 2,6 | 0,4953 | 0,4955 | 0,4956 | 0,4957 | 0,4959 | 0,4960 | 0,4961 | 0,4962 | 0,4963 | 0,4964 |
| 2,7 | 0,4965 | 0,4966 | 0,4967 | 0,4968 | 0,4969 | 0,4970 | 0,4971 | 0,4972 | 0,4973 | 0,4974 |
| 2,8 | 0,4974 | 0,4975 | 0,4976 | 0,4977 | 0,4977 | 0,4978 | 0,4979 | 0,4979 | 0,4980 | 0,4981 |
| 2,9 | 0,4981 | 0,4982 | 0,4982 | 0,4983 | 0,4984 | 0,4984 | 0,4985 | 0,4985 | 0,4986 | 0,4986 |
| 3,0 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4987 | 0,4988 | 0,4988 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4989 | 0,4990 | 0,4990 |
| 3,1 | 0,4990 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4991 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4992 | 0,4993 | 0,4993 |
| 3,2 | 0,4993 | 0,4993 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4994 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4995 |
| 3,3 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4995 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4996 | 0,4997 |
| 3,4 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4997 | 0,4998 |
| 3,5 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4998 |
| 3,6 | 0,4998 | 0,4998 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,7 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,8 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 | 0,4999 |
| 3,9 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 |
| 4 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 | 0,5000 |